

Графы. Рисуем картинку.

Графом называется совокупность конечного числа точек, называемых **вершинами** графа, и попарно соединяющих некоторые из этих вершин линий, называемых **ребрами** графа.

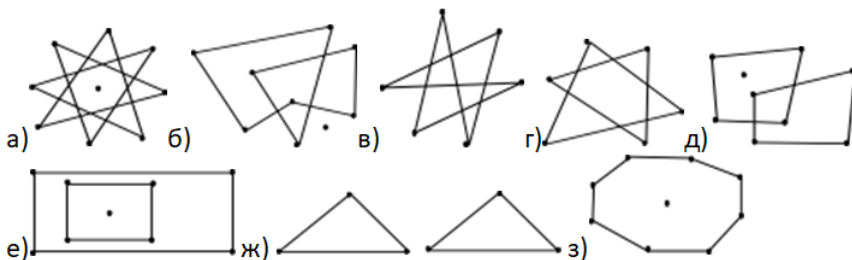
Степенью вершины называется количество выходящих из нее ребер.

Граф называется **связным**, если от любой его вершины можно (возможно несколькими переходами) добраться до любой другой.

Компонента связности графа - это максимальный подграф (часть графа), который является связным. У связного графа всего одна компонента связности - он сам.

Два графа считаются **одинаковыми**, если вершины каждого из них можно пронумеровать так, чтобы если в одном из графов i -я вершина была связана ребром с j -й, то в другом - тоже.

1. Укажите все одинаковые графы.



2. Нарисуйте все возможные графы в которых 8 вершин и степень каждой равна 2.
3. Нарисуйте следующие графы и скажите какие из них одинаковы:
 - A: Вершины - клетки доски 2×3 , ребро - ход короля.
 - B: Вершины - клетки доски 2×3 , ребро - ход слона.
 - C: Вершины - грани куба, они связаны ребром если у них есть общая сторона.
 - D: Вершины и стороны шестиугольника.
 - E: Вершины - числа от 1 до 6, ребром связаны взаимно простые числа.
 - F: Вершины - трехбуквенные слова из букв И, К, С, ребра связывают слова, получаемые перестановкой двух соседних букв.
4. В шахматном турнире по круговой системе (каждый играет с каждым по 1 разу) участвуют семь шахмат. Известно, что Дания сыграл шесть партий, Родион - пять. Ваня и Лёша - по три, Андрей и Серёжа - по две, Петя - одну. С кем сыграл Ваня?
5. Существует ли граф с 10 вершинами, в котором степени вершин, записанные в произвольном порядке, равны 4, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1?

6. В связном графе на пяти вершинах нет вершин степени 1. Нарисуйте все такие графы, имеющие **(а)** 5 **(б)** 6 ребер и докажите, что других нет.
7. В некотором графе 2020 вершин, и степень каждой равна 5, какое наибольшее количество компонент связности может быть в этом графе?
8. Докажите, что в любой компании найдутся два человека, у которых в этой компании равное число знакомых.
9. В стране 25 городов, каждый город соединён дорогой не менее чем с 12 другими городами. Докажите, что из любого города можно добраться до любого другого.
10. В графе 11 вершин и 46 ребер. Может ли такой граф быть не связным?
11. За столом сидело $2n$ рыцарей, каждый дружит со своими соседями и человеком напротив. Один рыцарь ушел, могут ли оставшиеся рассестись за стол так, чтобы у каждого оба соседа были друзья? **(а)** Решите эту задачу при $n=2,3,4,5,6$. **(б)** Решите для всех n .