

## Игры. Симметричная стратегия

Будем говорить, что у игрока есть **выигрышная стратегия**, если он может выиграть вне зависимости от ходов своего противника.

Игроки достаточно умны для того, чтобы в случае существования у них выигрышной стратегии пользоваться ей, а не давать выиграть другому.

Вопрос: «**Кто выигрывает при правильной игре?**» нужно понимать как «**У какого из игроков есть выигрышная стратегия?**»

1. На каждом из **(а)** двух; **(б)** трёх столов лежит по 10 монет. Двое по очереди забирают с них монеты: за ход разрешается взять любое количество монет с одного стола. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Кто (начинающий или второй) может выиграть, как бы не играл соперник?
2. Двое по очереди двигают ладью по шахматной доске из левого нижнего угла в правый верхний по таким правилам: каждым ходом — на любое количество клеток либо вверх, либо вправо. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Кто из них (начинающий или второй) сможет выиграть, как бы не играл соперник?
3. **(а)** В каждой клетке доски  $11 \times 11$  стоит шашка. За ход разрешается снять с доски любое количество подряд идущих шашек либо из одного вертикального, либо из одного горизонтального ряда. Выигрывает снявший последнюю шашку. Кто выигрывает при правильной игре?  
**(б)** Решите ту же задачу для доски  $10 \times 10$ .
4. Настя и Маша играют в такую игру: имеется доска  $10 \times 10$ . Настя каждым своим ходом закрашивает одну клетку, а Маша — уголок из трёх. Настя ходит первой. Кто выиграет при правильной игре?
5. Шоколадка представляет собой прямоугольник **(а)**  $5 \times 8$  **(б)**  $5 \times 9$ , разделённый бороздками на 40 квадратиков. Двое по очереди разламывают её на части по бороздкам: за один ход можно разломить любой из кусков на два. Кто не может сделать хода — проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре?
6. Кирилл и Егор играют на доске  $10 \times 10$ . Теперь игроки по очереди закрашивают любой квадратик  $2 \times 2$ , но Кириллу разрешается один раз за игру закрасить вместо квадратика уголок из трех клеток. Егор выбирает, кто будет начинать игру. Кто из них может обеспечить себе победу?
7. У ромашки 15 лепестков. За ход разрешается оторвать либо один лепесток, либо два рядом растущих лепестка. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?