

Инвариант

Немного полезной информации. Инвариант — это некоторая величина, остающаяся неизменной, пока в задаче происходит какой-то процесс. В качестве инварианта часто используют чётность, произведение или сумму данных чисел и тому подобные величины.

1. Испорченный калькулятор умеет производить с числом только три операции: прибавлять 8, вычитать 6 и умножать на 3. Можно ли с помощью этого калькулятора из числа 14 получить число 15?
2. Волк и семеро козлят играют в чехарду: каждую секунду двое из них, стоящие через одного, меняются местами. Игра заканчивается, если они окажутся в обратном порядке по сравнению с началом. Закончится ли игра?
3. В пещере живет 1001-головая Гидра. Гидра считается побежденной, если в какой-то момент у нее нет ни одной головы. Геракл может отрубить у Гидры 7 или 10 голов. Если он отрубит 7 голов, то вырастет 12 новых, а если 10 голов, то вырастет 5 новых. Сможет ли Геракл победить Гидру?
4. Сестры Ольга, Маша и Ирина решали задачи на тему "Инварианты". Чтобы решать задачи было веселее, они купили конфет и договорились, что за каждую решенную задачу девочка, которая решит ее первой, получает четыре конфеты, второй — две, а последней — одну. Сестры говорят, что каждая из них решила все задачи и получила 20 конфет, причем одновременных решений не было. Может ли такое быть?
5. Набор чисел a, b, c каждую секунду заменяется на **(а)** $a + b - c, a + c - b, b + c - a$; **(б)** $\frac{a^2}{b}, \frac{b^2}{c}, \frac{c^2}{a}$. Имеется набор чисел 2015, 2016, 2017. Может ли через некоторое время получиться набор 2016, 2018, 2020?
6. На шести ёлках сидят шесть чижей, на каждой ёлке — по чижу. Ёлки растут в ряд с интервалами в 10 метров. Если какой-то чиж перелетает с одной ёлки на другую, то какой-то другой чиж обязательно перелетает на столько же метров, но в обратном направлении. Могут ли все чижи собраться на одной ёлке?
7. На острове Серобуромалин живет 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Когда встречаются два хамелеона разного цвета, они одновременно перекрашиваются в третий цвет. Может ли через некоторое время оказаться, что все хамелеоны имеют один цвет?