

Степень вхождения простого числа. Добавка

1. Найдите наименьшее натуральное число, половина которого — квадрат, треть — куб, а пятая часть — пятая степень.
2. Найдите все такие натуральные n , что $n^2 - 4n$ является квадратом какого-то натурального числа.
3. При каких натуральных n число $n^2 - 1$ является степенью простого числа?
4. Даны натуральные числа a и b , причем $a < 1000$. Докажите, что если a^{21} делится на b^{10} , то a^2 делится на b .
5. Докажите, что $n!$ не делится на 2^n .