

Дискретная непрерывность

Общий смысл темы и как её применять:

Пусть имеется определённый процесс и существует некоторая величина, которая принимает целые значения и способна изменяться скачками длины не более, чем 1. Если мы знаем, что существовал момент, когда эта величина была меньше числа X , а после этого существовал момент, когда эта величина была больше числа X , то можно с уверенностью утверждать, что существовал момент, когда эта величина была равна нулю. Если же в процессе некоторая величина изменяется скачками не более, чем L , то на любом отрезке длины L , расположенном на числовой прямой между исходным значением и конечным, найдётся значение, которое эта величина принимала.

1. В ряд выписаны целые числа, причём каждые два соседних отличаются ровно на 1. Самое левое число равно -10 , а самое правое равно 10 . Докажите, что в этом ряду есть число 0 .
2. Первый тайм футбольного матча закончился со счётом $0:1$, а матч – со счётом $4:3$. Докажите, что в некоторый момент счёт на табло был ничейным.
3. Яна и Аня играют в «Камень, ножницы, бумагу» на шоколадки. Проигравший отдаёт одну шоколадку выигравшему. Сначала у Яны было больше шоколадок, чем у Ани, а в конце она проиграла их все. Докажите, что был момент, когда количество шоколадок у Яны и Ани отличалось не больше, чем на 1 . Можно ли утверждать, что в какой-то момент у девочек было равное количество шоколадок?
4. На уроке физкультуры выстроились в ряд 19 семиклассников, среди которых 6 девочек, причём крайними справа стоят 4 девочки. Докажите, что:
 - (а) Учитель физкультуры может выбрать несколько крайних справа школьников так, что среди них будет поровну мальчиков и девочек.
 - (б) Можно выбрать пять стоящих подряд учеников, среди которых мальчиков на одного больше, чем девочек.
 - (в) Дети встали в каком-то другом порядке. Докажите, что всё равно можно выбрать шесть стоящих подряд учеников, среди которых ровно две девочки.
5. Олег ежедневно получает не менее 9 писем и не более 10 смсок. За январь прошлого года писем пришло больше, чем смс, а за весь прошлый год в целом – наоборот. Докажите, что в прошлом году был день, в конце которого в количества писем и смс, пришедших с начала года, совпадали.
6. В ряд стоят 30 школьников (девочек и мальчиков поровну). Докажите, что найдутся 10 стоящих подряд учеников, среди которых девочек и мальчиков будет поровну.
7. В некоторых клетках таблицы 50×50 расставлены числа $+1$ и -1 таким образом, что модуль суммы всех чисел не превосходит 100 . Докажите, что в некотором квадрате 25×25 модуль суммы не превосходит 25 .