

Сравнение по модулю. Добавка

1. Докажите, что если сумма квадратов двух целых чисел делится на 7, то каждое из этих чисел делится на 7.
2. Докажите, что при любом натуральном n число $16^{n+2} + 23^{n+1} + 37^n$ делится на 7.
3. Докажите, что $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ делится на 133 при натуральных n .
4. Докажите, что число $(3n-1)^n - 4$ делится на $3^n - 4$ при любом натуральном n .
5. Натуральное число n и целые числа a, b, c, d, e таковы, что разности $a^2 - b, a^3 - c, c^5 - d, b^7 - e$ делятся на n . Докажите, что разность $ae - d$ делится на n .