

Основная теорема арифметики.

Основная теорема арифметики

Любое число больше 1 может быть разложено в произведение одного или больше простых множителей, причем это разложение единственно.

$$n = p_1^{\alpha_1} \times p_2^{\alpha_2} \times \dots \times p_n^{\alpha_n}$$

1. Барон Мюнхгаузен хвастал своими выдающимися способностями умножать числа "в уме". Чтобы его проверить, Анна Леопольдовна предложил ему написать какое-нибудь число, перемножить его цифры и сказать результат. Нисколько не колебаясь барон ответил: "1210". Не ошибся ли Барон?
2. (а) Существует ли целое число, произведение цифр которого равно 103, 125, 645, 10!?
(б) Не вычисляя произведение $2021 \times 11 \times 20 \times 8 \times 735$, определите, делится ли оно на 2, 3, 9, 10, 50, 55, 64, 80, 77, 946, 210700.
3. Сколько двоек будет в разложении числа $444!$?
4. Верно ли:
(а) Если квадрат натурального числа делиться на 5, то он делится на 25?
(б) Если квадрат натурального числа делиться на 6, то он делится на 36?
(в) Если квадрат натурального числа делиться на 4, то он делится на 16?
(г) Если квадрат натурального числа делиться на 8, то он делится на 16?
5. Число умножили на сумму его цифр и получили 1864. Найдите это число.
6. Найдите наименьшее натуральное n , для которого $1999!$ не делится на 34^n .
7. Существуют ли 3 натуральных числа таких, что ни одно из них не делится на другое, а произведение любых двух из них делится на третье?