

Основная теорема арифметики.

Основная теорема арифметики

Любое число больше 1 может быть разложено в произведение одного или больше простых множителей, причем это разложение единственно.

$$n = p_1^{\alpha_1} \times p_2^{\alpha_2} \times \dots \times p_n^{\alpha_n}$$

1. Барон Мюнхгаузен хвастал своими выдающимися способностями умножать числа "в уме". Чтобы его проверить, Анна Леопольдовна предложил ему написать какое-нибудь число, перемножить его цифры и сказать результат. Нисколько не колебаясь барон ответил: "1210". Не ошибся ли Барон?
2. (а) Существует ли целое число, произведение цифр которого равно 103, 125, 645, 10!?
- (б) Не вычисляя произведение $2021 \times 11 \times 20 \times 8 \times 735$, определите, делится ли оно на 2, 3, 9, 10, 50, 55, 64, 80, 77, 946, 210700.
3. Сколько двоек будет в разложении числа $444!$?
4. Верно ли:
 - (а) Если квадрат натурального числа делиться на 5, то он делится на 25?
 - (б) Если квадрат натурального числа делиться на 6, то он делится на 36?
 - (в) Если квадрат натурального числа делиться на 4, то он делится на 16?
 - (г) Если квадрат натурального числа делиться на 8, то он делится на 16?
5. Число умножили на сумму его цифр и получили 1864. Найдите это число.
6. Найдите наименьшее натуральное n , для которого $1999!$ не делится на 34^n .
7. Существуют ли 3 натуральных числа таких, что ни одно из них не делится на другое, а произведение любых двух из них делится на третье?