

## Индукция

### Примеры.

1.  $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ .

2. Докажите, что при любом натуральном  $n$   $n^3 + 3n^2 + 5n + 3$  делится на 3.

### Задачи.

1. Докажите следующие тождества:

(а)  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$

(б)  $1 + 4 + 9 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$

(в)  $1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + (n - 1) \times n = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$

(г)  $1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + \dots + n(n + 1)(n + 2) = \frac{1}{4}n(n + 1)(n + 2)(n + 3)$

2. Придумайте и докажите формулу

(а)  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = ?$

(б)  $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n-1}{n!} = ?$

(в)  $1 \times 1! + 2 \times 2! + \dots + n \times n! = ?$