

Инварианты

Немного полезной информации Инвариант — это нечто, остающееся неизменным. В качестве инварианта часто используют чётность, произведение или сумму данных чисел и тому подобные величины.

1. Испорченный калькулятор умеет производить с числом только три операции: прибавлять 8, вычитать 6 и умножать на 3. Можно ли с помощью этого калькулятора из числа 14 получить число 15?
2. На доске выписаны числа от 1 до 20. Разрешается стереть два числа a и b и написать вместо них
 1. $a + b$
 2. ab
 3. $a + b + ab$

Какое число может получиться после 19 таких операций?

3. Сестры Ольга, Маша и Ирина решали задачи на тему "Инварианты". Чтобы решать задачи было веселее, они купили конфет и договорились, что за каждую решенную задачу девочка, которая решит ее первой, получает четыре конфеты, второй — две, а последней — одну. Сестры говорят, что каждая из них решила все задачи и получила 20 конфет, причем одновременных решений не было. Может ли такое быть?
4. Набор чисел a, b, c каждую секунду заменяется на $a + b - c, a + c - b, b + c - a$. Имеется набор чисел 2015, 2016, 2017. Может ли через некоторое время получиться набор 2016, 2018, 2020
5. На шести ёлках сидят шесть чижей, на каждой ёлке — по чижу. Ёлки растут в ряд с интервалами в 10 метров. Если какой-то чиж перелетает с одной ёлки на другую, то какой-то другой чиж обязательно перелетает на столько же метров, но в обратном направлении. Могут ли все чижи собраться на одной ёлке?
6. В таблице 8×8 все четыре угловые клетки закрашены чёрным цветом, все остальные — белым. За один ход разрешается перекрасить в противоположный цвет все клетки в одной строке или в одном столбце. Можно ли получить с помощью таких операций полностью белую доску?
7. На острове Серобуромалин живет 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Когда встречаются два хамелеона разного цвета, они одновременно перекрашиваются в третий цвет. Может ли через некоторое время оказаться, что все хамелеоны имеют один цвет?