

Принцип Дирихле

Принцип Дирихле. Если рассадить $nk + 1$ кроликов по k клеткам, найдется клетка, в которой будет сидеть хотя бы $n + 1$ кролик.

1. Перед Новым годом на занятие кружков пришло всего 15 детей. Докажите, что хотя бы у двух из них день рождения в один месяц.
2. В магазин привезли 25 ящиков с тремя разными сортами яблок (в каждом ящике яблоки только одного сорта). Докажите, что среди них есть по крайней мере 9 ящиков с яблоками одного и того же сорта.
3. Петя разбил свою копилку и посчитал, что у него ровно 50 монет (достоинством 1, 2, 5 и 10 рублей). Верно ли, что у Пети найдется **(а)** 12 монет **(б)** 13 монет **(в)** 14 монет одинакового достоинства?
4. Имеется 101 пуговица одного из 11 цветов. Докажите, что либо среди этих пуговиц найдутся 11 пуговиц одного цвета, либо 11 пуговиц разных цветов.
5. Докажите, что из любых семи натуральных чисел (не обязательно идущих подряд) можно выбрать три числа, сумма которых делится на 3.
6. Петя поставил 17 пешек на поле 4×7 . Докажите, что найдется квадрат 2×2 , в котором будут стоять хотя бы 3 пешки.
7. В кинотеатре семь рядов по 10 мест каждый. Группа из 50 детей сходила на утренний сеанс фильма "Человек Паук", а потом на вечерний. Докажите, что найдутся двое детей, которые на утреннем сеансе сидели в одном ряду и на вечернем тоже сидели в одном ряду.
8. Дано 8 различных натуральных чисел, не больших 15. Докажите, что среди их положительных попарных разностей есть три одинаковых.