

## Удвоение медианы

### Напоминания:

(а) *Параллелограммом* называется четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

### (б) Свойства параллелограмма.

Противоположные углы и стороны параллелограмма равны.

Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

### (в) Признак параллелограмма.

Если диагонали четырёхугольника точкой пересечения делятся пополам, то он — параллелограмм.

1. На продолжении медианы  $AM$  треугольника  $ABC$  за точку  $M$  отложен отрезок  $MD$ , равный  $AM$ . Докажите, что четырёхугольник  $ABDC$  — параллелограмм.
2. В треугольнике  $ABC$  провели медиану  $BM$ . Оказалось, что сумма углов  $A$  и  $C$  равна углу  $ABM$ . Найдите отношение медианы  $BM$  к стороне  $BC$ .
3. На медиане  $BM$  треугольника  $ABC$  взяли точку  $E$  так, что  $\angle CEM = \angle ABM$ . Докажите, что отрезок  $EC$  равен одной из сторон треугольника.
4. На медиане  $BM$  треугольника  $ABC$  выбрана точка  $E$  так, что  $AB = BE = EC$ . Докажите, что  $\angle ABM = 2\angle MBC$ .
5. В треугольнике  $ABC$  проведена медиана  $BM$ . Известно, что  $4BM = AB$  и  $\angle ABM = 60^\circ$ . Найдите угол  $\angle ABC$ .
6. Про выпуклый пятиугольник  $ABCDE$  известно, что  $AE = AD$ ,  $AC = AB$  и  $\angle DAC = \angle AEB + \angle ABE$ . Докажите, что сторона  $CD$  в два раза больше медианы  $AM$  треугольника  $ABE$ .