

Делимость

1. Докажите, что произведение любых пяти последовательных чисел делится а) на 30; б) на 120.
2. Доказать, что произведение n первых простых чисел не является полным квадратом.
3. Найдите наибольшее четырёхзначное число, все цифры которого различны и которое делится на 2, 5, 9 и 11.
4. Для некоторых целых x и y число $3x + 2y$ делится на 23. Докажите, что число $17x + 19y$ также делится на 23.
5. В семье шестеро детей. Пятеро из них соответственно на 2, 6, 8, 12 и 14 лет старше младшего, причём возраст каждого ребенка – простое число. Сколько лет младшему?
6. Даны два целых числа a , b . Известно, что их сумма и произведение делятся на 9. Доказать, что сумма их кубов делится на 81.
7. Про четыре числа известно, что сумма любых трёх из них делится на 5. Докажите, что каждое из чисел делится на 5.
8. Целые числа a и b таковы, что $56a = 65b$. Докажите, что $a + b$ – составное число.