

## Делимость

**Определение:** Запись  $a : b$  означает, что  $a$  делится на  $b$ .

- Если  $a : d$  и  $b : d$ , то верно, что  $a + b : d$  и  $a - b : d$ .
  - Если  $a : d$ , то для любого целого  $b$  верно, что  $a \cdot b : d$ .
  - Если  $a : b$  и  $b : c$ , то верно, что  $a : c$ .
  - Если  $a \cdot b : d$ , и  $b$  и  $d$  взаимно просты, то  $a : d$ .
1. (а) Докажите, что если  $9n + 15m : 7$ , то и  $2n + m : 7$ .  
(б) Докажите, что если  $18x - 7y : 13$ , то и  $5x + 6y : 13$ .  
(в) Докажите, что если  $11m + 4n : 6$ , то и  $m + 8n : 6$ .
  2. При каких целых  $n$  значение дроби – целое число? (а)  $\frac{2n + 15}{n + 7}$  (б)  $\frac{2n^2 - 1}{n + 1}$
  3. Про целые  $a, b$  известно, что  $8a = 9b$ . Докажите, что  $a + b : 17$ .
  4. У Маши и Вики было одинаковое количество конфет. Маша съела в 8 раз меньше конфет, чем Вика, а осталось у нее в 9 раз больше конфет, чем у Вики. Докажите, что изначально количество конфет у каждой из девочек делилось на 71.
  5. Про четыре числа известно, что сумма любых трёх из них делится на 7. Докажите, что все эти числа кратны 7.
  6. Про целые  $a, b, X$  известно, что  $X = (a + 12b)(b + 12a)$ , а также что  $X : 13$ . Докажите, что  $X : 169$ .
  7. Докажите, что если  $8a + 13b$  делится на 43, то  $a + 7b$  также делится на 43.