

Скобочки и формулки

1. Докажите тождества:

(а) $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$; $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$;

(б) $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$;

(в) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$;

(г) $(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$;

(д) $\frac{1}{a(a+1)} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1}$;

(е) $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$

2. Разложите на множители:

(а) $x^2 + 2x + 1$;

(б) $x^2 - 1$;

(в) $ab + a + b + 1$;

(г) $a^3 - a^2 + a - 1$;

(д) $25x^2 + 10xy + y^2 - 36$.

3. Известно, что $a + b + c = 5$ и $ab + bc + ac = 5$. Чему может равняться $a^2 + b^2 + c^2$?

4. Найдите $x^3 + y^3$, если известно, что $x + y = 5$ и $x + y + x^2y + xy^2 = 2021$.

5. Два различных числа x, y (не обязательно целых) таковы, что $x^2 - 2021x = y^2 - 2021y$. Чему равно $x + y$?

6. Найдите значение суммы $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{98 \cdot 99} + \frac{1}{99 \cdot 100}$.