# Принцип Дирихле

**Принцип Дирихле:** Пусть у вас есть $n$ групп (условные клетки) по которым распределяют $m$ каких-то штук (условных кроликов). Тогда если $m > n \cdot k$, то обязательно найдётся такая группа, в который находится хотя бы $k + 1$ штука (найдётся клетка, в которой сидит хотя бы $k + 1$ кролик).

**Пример:** В Москве проживает более 10000000 людей. На голове у каждого человека не может быть более 300000 волос. Докажите, что наверняка найдутся 34 москвича с одинаковым числом волос на голове.

1. В школе №333 учатся 1100 человек. Докажите, что в году существует такой день, в который родилось хотя бы 3 ученика этой школы.

2. В зоомагазин привезли 25 клеток с тремя разными породами кроликов (в каждой клетке по одному кролику). Докажите, что в магазин привезли хотя бы 9 кроликов одной породы.

3. **(а)** Докажите, что из любых 11 целых чисел можно выбрать два числа, разность которых нацело делится на 10. **(б)*** Докажите, что из любых 12 целых чисел можно выбрать два числа, разность которых нацело делится на 11.

4. В клетках таблицы $3 \times 3$ расставлены числа $-1, 0, 1$. Докажите, что какие-то две из восьми сумм по всем строкам, всем столбцам и двум главным диагоналям (то есть диагональ идущая от одного угла таблицы до противоположного) будут равны.

5. На шахматной доске разместили 17 фишек, каждая в своей клетке. Докажите, что из доски можно вырезать такой квадрат $2 \times 2$, что в нём окажется хотя бы 2 фишки.

6. В кинотеатре 7 рядов по 10 мест. Группа из 50 человек сходила на утренний и вечерний сеансы. Докажите, что найдутся два человека, которые и утром, и вечером сидели на одном ряду.

7. В клетчатом прямоугольнике $5 \times 6$ закрашено 19 клеток. Докажите, что в нем можно выбрать квадрат $2 \times 2$, в котором закрашено не менее трех клеток.

8. Можно ли покрыть квадрат $3 \times 3$ тремя квадратами $2.99 \times 2.99$, стороны которых параллельны сторонам большого квадрата?