

## Рассуждения от противного

**Пример №1.** По кругу лежит 55 шариков двух цветов. Докажите, что найдутся два соседних шарика одного цвета.

**Доказательство.** Предположим, что двух соседних шариков нет. Тогда цвета шариков чередуются. Из этого следует, что 1-й, 3-й, 5-й, ..., 53-й, 55-й по счёту шарики имеют одинаковый цвет. Получаем противоречие: 1-й и 55-й шарики должны иметь разный цвет, поскольку они соседние. Значит предполагаемое нами в начале неверно. Таким образом, найдутся два соседних шарика одного цвета.

**Пример №2** 35 пассажира едут в автобусе, который делает 9 остановок, причем на них никто не заходит. Докажите, что обязательно будут хотя бы 2 остановки, на которых вышло одинаковое число пассажиров.

**Доказательство.** Предположим, что нет двух остановок, на которых вышло одинаковое число пассажиров. Тогда на всех остановках вышло разное число людей. Значит, вышло не менее  $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$  человек, а людей было всего 35. Противоречие. Следовательно, хотя бы две такие остановки есть.

1. В компании из семи мальчиков каждый имеет среди остальных не менее трёх братьев. Докажите, что все семеро — братья.
2. 10 школьников на олимпиаде решили 35 задач, причем известно, что среди них есть школьники, решившие ровно одну задачу, школьники, решившие ровно две задачи и школьники, решившие ровно три задачи. Докажите, что есть школьник, решивший не менее пяти задач.
3. На русско-французской встрече не было представителей других стран. Суммарное количество денег у французов оказалось больше суммарного количества денег у россиян, и суммарное количество денег у женщин оказалось больше суммарного количества денег у мужчин. Обязательно ли на встрече была француженка?
4. В вершинах куба расставлены числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Докажите, что есть ребро, числа на концах которого отличаются не менее, чем на 3.
5. Суммарное количество яблок у 7 ёжиков — 22 штуки. Докажите, что из них можно выбрать трех ёжиков так, что вместе они смогут испечь пирог хотя бы из 10 яблок.
6. Докажите, что среди 50 разноцветных карточек всегда найдется либо 8 карточек одного цвета, либо 8 карточек разных цветов.
7. За круглым столом сидят 25 мальчиков и 25 девочек. Докажите, что у кого-то из сидящих за столом
  - (а) соседи одного пола;
  - (б) оба соседа — мальчики.