

Делимость

Определение: Запись $a : b$ означает, что a делится на b .

- Если $a : d$ и $b : d$, то верно, что $a + b : d$ и $a - b : d$.
 - Если $a : d$, то для любого целого b верно, что $a \cdot b : d$.
 - Если $a : b$ и $b : c$, то верно, что $a : c$.
 - Если $a \cdot b : d$, и b и d взаимно просты, то $a : d$.
1. (а) Докажите, что если $9n + 15m : 7$, то и $2n + m : 7$.
(б) Докажите, что если $18x - 7y : 13$, то и $5x + 6y : 13$.
(в) Докажите, что если $11m + 4n : 6$, то и $m + 8n : 6$.
 2. При каких целых n значение дроби – целое число? (а) $\frac{2n + 15}{n + 7}$ (б) $\frac{2n^2 - 1}{n + 1}$
 3. Про целые a, b известно, что $8a = 9b$. Докажите, что $a + b : 17$.
 4. У Маши и Вики было одинаковое количество конфет. Маша съела в 8 раз меньше конфет, чем Вика, а осталось у нее в 9 раз больше конфет, чем у Вики. Докажите, что изначально количество конфет у каждой из девочек делилось на 71.
 5. Про четыре числа известно, что сумма любых трёх из них делится на 7. Докажите, что все эти числа кратны 7.
 6. Про целые a, b, X известно, что $X = (a + 12b)(b + 12a)$, а также что $X : 13$. Докажите, что $X : 169$.
 7. Докажите, что если $8a + 13b$ делится на 43, то $a + 7b$ также делится на 43.