

## Принцип Дирихле

### Обычно формулируется так:

Если рассадить  $nk + 1$  кроликов по  $n$  клеткам, то найдется клетка, в которой будет сидеть хотя бы  $k + 1$  кролик.

### То же самое, но по-другому:

Пусть у вас есть  $n$  групп (условные клетки) по которым распределяют  $m$  каких-то штук (условных кроликов). Тогда если  $m > n \cdot k$ , то обязательно найдётся такая группа, в который найдётся хотя бы  $k + 1$  штука (найдётся клетка, в которой сидит хотя бы  $k + 1$  кролик).

### Примеры:

1. В Москве проживает более 10000000 людей. На голове у каждого человека не может быть более 300000 волос. Докажите, что наверняка найдутся 34 москвича с одинаковым числом волос на голове.
2. Обязательно ли среди двадцати пяти монет (т.е. монет достоинством 1, 2, 5 или 10 руб.) найдётся семь монет одинакового достоинства?

### Задачи:

1. В школе №333 учатся 1100 человек. Докажите, что в году существует такой день, в который родилось хотя бы 3 ученика этой школы.
2. В зоомагазин привезли 25 клеток с тремя разными породами кроликов (в каждой клетке по одному кролику). Докажите, что в магазин привезли хотя бы 9 кроликов одной породы.
3. Докажите, что из любых 11 целых чисел можно выбрать два числа, разность которых нацело делится на 10.
4. В клетках таблицы  $3 \times 3$  расставлены числа  $-1, 0, 1$ . Докажите, что какие-то две из восьми сумм по всем строкам, всем столбцам и двум главным диагоналям (то есть диагональ идущая от одного угла таблицы до противоположного) будут равны.
5. На шахматной доске разместили 17 фишек, каждая в своей клетке. Докажите, что из доски можно вырезать такой квадрат  $2 \times 2$ , что в нём окажется хотя бы 2 фишки.
6. В кинотеатре 7 рядов по 10 мест. Группа из 50 человек сходила на утренний и вечерний сеансы. Докажите, что найдутся два человека, которые и утром, и вечером сидели на одном ряду.
7. В клетчатом прямоугольнике  $5 \times 6$  закрашено 19 клеток. Докажите, что в нем можно выбрать квадрат  $2 \times 2$ , в котором закрашено не менее трех клеток.
8. Можно ли покрыть квадрат  $3 \times 3$  тремя квадратами  $2.99 \times 2.99$ , стороны которых параллельны сторонам большого квадрата?