

Рассуждения от противного

Чтобы доказать некоторое утверждение методом «от противного», нужно:

1. Предположить, что данное утверждение неверно, а верно противоположное ему;
2. Выяснить, что следует из сделанного предположения;
3. Обнаружить несоответствие (противоречие) предположения с известными условиями;
4. Сделать вывод о том, что предположение неверно, то есть верно утверждение, которое требовалось доказать.

Примеры:

1. По кругу лежит 55 шариков двух цветов. Докажите, что найдутся два соседних шарика одного цвета.
2. Докажите, что нельзя разложить 65 конфет на 11 кучек так, чтобы количество конфет в разных кучках было различным.

Задачи:

1. В компании из семи мальчиков каждый имеет среди остальных не менее трёх братьев. Докажите, что все семеро — братья.
2. 10 школьников на олимпиаде решили 35 задач, причем известно, что среди них есть школьники, решившие ровно одну задачу, школьники, решившие ровно две задачи и школьники, решившие ровно три задачи. Докажите, что есть школьник, решивший не менее пяти задач.
3. На русско-французской встрече не было представителей других стран. Суммарное количество денег у французов оказалось больше суммарного количества денег у россиян, и суммарное количество денег у женщин оказалось больше суммарного количества денег у мужчин. Обязательно ли на встрече была француженка?
4. В вершинах куба расставлены числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Докажите, что есть ребро, числа на концах которого отличаются не менее, чем на 3.
5. Докажите, что среди 50 разноцветных карточек всегда найдется либо 8 карточек одного цвета, либо 8 карточек разных цветов.
6. Суммарное количество яблок у 7 ёжиков — 22 штуки. Докажите, что из них можно выбрать трех ёжиков так, что вместе они смогут испечь пирог хотя бы из 10 яблок.

7. За круглым столом сидят 25 мальчиков и 25 девочек. Докажите, что у кого-то из сидящих за столом
- (а) соседи одного пола;
 - (б) оба соседа — мальчики.