

Делимость. А вы думали, что она не вернется все?

Напоминание!

$$1. (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$2. a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

1. (а) Докажите, что если $7n - m : 7$, то и $m : 7$.
 (б) Докажите, что если $(6x)^2 - 3y : 12$, то и $y : 4$. Приведите пример, когда y не делится на 12.
 (в) Докажите, что если $x^2 - y^2 : 7$, то либо $x + y : 7$ либо $x - y : 7$.
 (г) Докажите, что если $x^2 - y^2 : 6$, то либо $x + y : 6$ либо $x - y : 6$.
2. (а) Докажите, что если $2x + 3y : 3$ и $4x + 7y : 7$ тогда $x : 21$
 (б) Докажите, что если $8x - 6y : 7$ и $x + 5y : 4$ тогда $x + y : 28$
 (в) Если $14x + 10y : 30$ и $4x + 6y : 15$ тогда чему кратно $x - y$?
3. При каких целых n значение дроби – целое число?
 (а) $\frac{n^2 + 1}{n + 1}$ (б) $\frac{(n + 1)^2}{n + 3}$ (в) $\frac{(n + 7)^3}{n^2 + 14n + 49}$ (г) $\frac{n^3 + 27}{n^2 + 8n + 15}$
4. Решите уравнение $xy - x - y = -1$
5. Найдите все такие целые α , что для любого целого x выполнено
 (а) $x^2 - \alpha^2 : x + 3$
 (б) $x^2 + 2\alpha \cdot x + \alpha^2 : x + \alpha + 1$
6. Докажите, что если x и y одной четности, то
 (а) $x^{64} - y^{64} : 2^7$
 (б) $(x^2)^n - (y^2)^n : 2^{n+1}$