

## Делимость

**Определение:** Говорят, что число  $a$  делится на число  $b$  (или  $a$  кратно  $b$ , или  $b$  делитель  $a$ ), если найдётся такое целое число  $q$ , что  $a = b \cdot q$ .

**Обозначение** Если  $a$  делится на  $b$  то это можно записать как  $a : b$ .

**Намек** В некоторых задач, если известно, что  $a : b$ , лучше было бы ввести новую переменную  $q$ , такую что  $a = b \cdot q$

- (а) Если  $a : d$  и  $b : d$ , то верно, что  $a + b : d$  и  $a - b : d$ .  
(б) Если  $a : d$ , то для любого целого  $b$  верно, что  $a \cdot b : d$ .
- (а) Докажите, что если  $2n + m : 2$ , то и  $m : 2$ .  
(б) Докажите, что если  $5x - y : 3$ , то и  $2(x + y) : 13$ .  
(в) Докажите, что если  $4m + 3n : 7$ , то и  $3m + 4n : 6$ .

**Определение:** Говорят, что числа  $a$  и  $b$  взаимнопросты, если у них есть ровно один общий делитель - 1

- Если  $a \cdot b : d$ , и  $b$  и  $d$  взаимно просты, то  $a : d$ .  
(а) Докажите это утверждение, если  $d$  - простое число  
(б) Докажите утверждение, для любого  $d$
- При каких целых  $n$  значение дроби - целое число? (а)  $\frac{2n+1}{n}$  (б)  $\frac{2n+5}{n+3}$
- Про целые  $a, b$  известно, что  $3a = 4b$ . Докажите, что  $a + b : 7$ .
- Про целые  $a, b, X$  известно, что  $X = (a + 12b)(b + 12a)$ , а также что  $X : 13$ . Докажите, что  $X : 169$ .