

Разнойой

1. Числа 1, 2, ..., 9 разбиты на три группы. Докажите, что произведение чисел хотя бы в одной из групп а) меньше 72; б) не меньше 72.
2. В однокруговом турнире (то есть где каждая команда играет с каждой) за победу давали 2 очка, за ничью 1 очко, за поражение 0 очков. Спартак одержал больше всех побед. Мог ли он набрать меньше всех очков?
3. На уроке физкультуры весь класс выстроился по росту (у всех детей разный рост). Дима заметил, что людей, которые выше него, в четыре раза больше, чем людей, которые ниже него. А Лёня заметил, что людей, которые выше него, в три раза меньше, чем людей, которые ниже него. Сколько всего человек в классе, если известно, что их не больше 30?
4. В психиатрической больнице есть главный врач и много сумасшедших. В течение недели каждый сумасшедший один раз в день кусал кого-нибудь (возможно и себя). В конце недели оказалось, что у каждого из больных по два укуса, а у главного врача – сто укусов. Сколько сумасшедших в больнице?
5. В классе 25 учеников. Известно, что у любых двух девочек количество друзей мальчиков не совпадает. Какое наибольшее число девочек могло быть в этом классе?
6. Можно ли числа от 1 до 2021 разбить на несколько групп, в каждой из которых одно число равно сумме всех оставшихся чисел?
7. А у нас сегодня кошка родила вчера котят! Известно, что два самых лёгких весят в сумме 80 г, четыре самых тяжёлых — 200 г, а суммарный вес всех котят равен 500 г. Сколько котят родила кошка?
8. В квадрате 4×4 четыре угловые клетки покрашены в чёрный цвет, а остальные в белый. За один ход маляр Вася может перекрасить все клетки в любой строке или в любом столбце в противоположный цвет. Докажите, что как бы не перекрашивал Вася, в квадрате всё равно останутся хотя бы 4 чёрные клетки.