

Принцип Дирихле

Обычно формулируется так:

Если рассадить $nk + 1$ кроликов по n клеткам, то найдется клетка, в которой будет сидеть хотя бы $k + 1$ кролик.

То же самое, но по-другому:

Пусть у вас есть n групп (условные клетки) по которым распределяют m каких-то штук (условных кроликов). Тогда если $m > n \cdot k$, то обязательно найдётся такая группа, в который находится хотя бы $k + 1$ штука (найдётся клетка, в которой сидит хотя бы $k + 1$ кролик).

Примеры:

1. В Москве проживает более 10000000 людей. На голове у каждого человека не может быть более 300000 волос. Докажите, что наверняка найдутся 34 москвича с одинаковым числом волос на голове.
2. Обязательно ли среди двадцати пяти монет (т.е. монет достоинством 1, 2, 5 или 10 руб.) найдётся семь монет одинакового достоинства?

Задачи:

1. В школе №333 учатся 1100 человек. Докажите, что в году существует такой день, в который родилось хотя бы 3 ученика этой школы.
2. В сказочном лесу растет 27 деревьев на которых растут либо мармеладки, либо шоколадки, либо конфетки, либо торты. Докажите, что в нем растут хотя бы 7 деревьев с одинаковыми сладостями.
3. В зоомагазин привезли 25 клеток с тремя разными породами кроликов (в каждой клетке по одному кролику). Докажите, что в магазин привезли хотя бы 9 кроликов одной породы.
4. Семиклассники (12 мальчиков и 9 девочек) пришли к Полине на день рождения, и расселись за круглым столом. Докажите, что хотя бы два мальчика сидят друг против друга.
5. (а) Докажите, что из любых 11 целых чисел можно выбрать два числа, разность которых нацело делится на 10. (б)* Докажите, что из любых 12 целых чисел можно выбрать два числа, разность которых нацело делится на 11.
6. В каждой клетке квадратной таблицы 3×3 записано число 1, 0 или -1 . В каждой строке, столбце и диагонали сосчитали сумму всех стоящих там чисел. Могут ли все такие суммы оказаться различными?
7. На шахматной доске разместили 17 фишек, каждая в своей клетке. Докажите, что из доск можно вырезать такой квадрат 2×2 , что в нём окажется хотя бы 2 фишки.
8. В кинотеатре 7 рядов по 10 мест. Группа из 50 человек сходилa на утренний и вечерний сеансы. Докажите, что найдутся два человека, которые и утром, и вечером сидели на одном ряду.