

8. Пропорциональные отрезки в круге.

Теория.

Теорема о произведении отрезков секущей. Пусть из точки к окружности проведены касательная и секущая. Тогда квадрат отрезка касательной равен произведению отрезка секущей на его внешнюю часть.

Теорема о произведении отрезков хорд. Пусть через внутреннюю точку окружности проведены две хорды. Тогда произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

Задачи.

1. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Диагональ AC является биссектрисой угла BAD и пересекается с диагональю BD в точке K . Найдите KC , если $BC = 4$ и $AK = 6$.

2. Продолжение медианы AM треугольника ABC пересекает описанную окружность в точке D . Найдите BC , если $AC = DC = 1$.

3. Касательная к описанной окружности треугольника ABC , проведенная через точку A пересекает прямую BC в точке P . Найдите AP , если $AB = 6$, $AC = 8$, $BC = 10$.

4. В прямоугольном треугольнике ABC с катетами $AB = 3$ и $BC = 4$ через середины сторон AB и AC проведена окружность, касающаяся катета BC . Найдите длину отрезка, который эта окружность высекает на гипотенузе.

5. Из точки A , находящейся на расстоянии 5 от центра окружности радиуса 3, проведены две секущие AKC и ALB , угол между которыми равен 30° . Найдите площадь треугольника AKL , если площадь треугольника ABC равна 10.

6. Хорда AB стягивает дугу окружности, равную 120° . Точка C лежит на этой дуге, а точка D лежит на хорде AB . При этом $AD = 2$, $BD = 1$, $DC = \sqrt{2}$. Найдите площадь треугольника ABC .

7. Дан угол с вершиной O и окружность, касающаяся его сторон в точках A и B . Из точки A параллельно OB проведен луч, пересекающий окружность в точке C . Прямая OC пересекает окружность в точке E . Прямые AE и OB пересекаются в точке K . Докажите, что $OK = KB$.

8. На боковых сторонах трапеции как на диаметрах построены окружности. Докажите, что отрезки касательных, проведенных из точки пересечения диагоналей трапеции к этим окружностям, равны между собой.