

Открытый разнобой

1. Вася придумал какую-то свою операцию для трёх целых чисел. Про неё известно: если к каждому из чисел прибавить целое число n , то и к результату прибавится n ; если каждое из чисел умножить на целое число k , то и результат умножится на целое число k ; наконец, результат операции не зависит от порядка, в котором называются три числа. Чему равно значение Васиной операции для чисел 200, 300 и 400?

2. Путешественник должен доставить бидоны с водой из города A в город B , расположенный на расстоянии 15 км от A . Он может нести не более 15 бидонов одновременно, и, чтобы выжить, он должен выпивать бидон после каждого пройденного километра. Пустые и полные бидоны можно оставлять и забирать, когда путешественник вернется в эту точку. Изначально у путешественника есть 45 полных бидонов. Как путешественнику донести 8 бидонов до города B ?

3. На окружности отмечена 2021 точка, причем 1010 из этих точек окрашены в синий цвет, 1010 — в красный, а одна — в черный. Докажите, что можно провести 1010 попарно непересекающихся отрезков с концами в этих точках, чтобы ни одна точка не являлась концом более чем одного отрезка и чтобы никакой отрезок не соединял синюю и красную точки.

4. В парламенте несколько человек, они образовали несколько комитетов, при этом все комитеты имеют одинаковую численность. Для каждой пары парламентариев количество комитетов, в которые они оба входят, одинаковое, т.е. не зависит от того, какую пару парламентариев мы выбрали. Докажите, что все парламентарии входят в одно и то же число комитетов.

5. На каждой клетке доски 2021×2021 лежит по фишке, одна сторона которой голубая, а другая — красная. Два игрока играют в игру. За один ход разрешается выбрать голубую фишку и перевернуть все фишки в прямоугольнике, у которого левый верхний угол совпадает с выбранной фишкой, а правый нижний — с правой нижней фишкой всей таблицы. Игрок, который не может ходить, проигрывает. В скольких начальных положениях у первого игрока есть выигрышная стратегия?

6. Пейман и Вагиз играют в игру. У них есть числа от 1 до 100. Вначале Пейман разбивает эти числа на пары. После этого Вагиз должен разбить все числа на две группы, причём числа из одной пары должны быть в разных группах. Пейман хочет, чтобы разность сумм чисел в двух получившихся группах была как можно больше, а Вагиз — как можно меньше. Какой будет разность при правильной игре обоих игроков?

7. В стране 2021 город, между некоторыми из них ходят электрички, причём от любого города до любого другого можно добраться. У каждой электрички есть некоторая стоимость проезда. Для любого пути можно купить билет, и его стоимость будет равна наибольшей стоимости электрички на этом пути. Саша составил книгу, в которой для каждой пары городов указал наименьшую цену билета для пути из одного города в другой. Докажите, что в Сашиной книге встречается не более 2020 цен.