

Треугольник Паскаля и бином Ньютона

1. **(а)** Сколько чисел в 444 строчке треугольника Паскаля? **(б)** Какое число стоит на втором месте слева? **(в)** Какое число стоит на третьем месте слева? **(г)** На каком месте стоит самое большое число в строке?
2. Сколько раз в треугольнике Паскаля встретится число 6?
3. Верно ли, что каждое натуральное число хотя бы раз встречается в треугольнике Паскаля?
4. **(а)** Во сколько раз отличаются суммы чисел в соседних строчках треугольника Паскаля? **(б)** Чему равна сумма чисел в n -ой строчке треугольника Паскаля?
5. Докажите, что: **(а)** $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$ **(б)** Докажите, что $C_n^0 + 2 \cdot C_n^1 + 2^2 \cdot C_n^2 + \dots + 2^n \cdot C_n^n = 3^n$
6. У Федора есть 100 левых палочек Twix и 100 правых палочек Twix. Докажите, что он может выбрать из них 100 палочек (и съесть!) ровно $(C_{100}^0)^2 + (C_{100}^1)^2 + \dots + (C_{100}^{100})^2$ способами.
7. Докажите, что $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$
8. Какой коэффициент будет стоять при x^7 после раскрытия скобок и приведении подобных слагаемых в выражении $(x^2 + \sqrt{x})^{10}$?
9. Найдите сумму коэффициентов многочлена $(2x - 3)^{100}$.
10. Докажите, что выражение $5^n + 28n - 1$, где n -- натуральное число, всегда делится на 16.