

## Точка пересечения биссектрис

1. В треугольнике  $ABC$   $\angle A = \alpha$ . Найдите угол между биссектрисами  $BB_1$  и  $CC_1$ .
2. Может ли точка пересечения биссектрис лежать на средней линии треугольника?
3. В четырёхугольнике  $ABCD$   $\angle B = \angle C = 146^\circ$ . Биссектриса угла  $D$  пересекает серединный перпендикуляр к стороне  $BC$  в точке  $O$ . Найдите  $\angle AOD$ .
4. В выпуклом шестиугольнике  $ABCDEF$ , все углы которого тупые,  $\angle A = \angle B$ ,  $\angle C = \angle D$ ,  $\angle E = \angle F$ . Докажите, что серединные перпендикуляры к его сторонам  $AB$ ,  $CD$ ,  $EF$  пересекаются в одной точке.
5. Биссектрисы двух соседних углов четырёхугольника пересекаются в середине его стороны. Докажите, что либо у этого четырёхугольника равны два угла, либо две стороны параллельны.
6. От угла равностороннего треугольника со стороной 1 отрезали меньший треугольник так, что биссектриса его внешнего угла делит пополам сторону исходного треугольника, противоположную данному углу. Найдите периметр отрезанного треугольника.
7. Дан четырёхугольник  $ABCD$ , в котором  $\angle ABD = \angle DBC = 60^\circ$ ,  $\angle ADB = 40^\circ$ , а  $\angle BDC = 70^\circ$ . Найдите угол между его диагоналями.
8. На сторонах  $AB$  и  $AD$  квадрата  $ABCD$  выбраны точки  $N$  и  $P$  соответственно, а на отрезке  $AN$  выбрана точка  $Q$  так, что  $NP = NC$  и  $\angle QPN = \angle NCB$ . Докажите, что  $\angle BCQ = \frac{1}{2}\angle AQP$ .
9. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $60^\circ$ . На сторонах  $AB$  и  $AC$  выбраны точки  $K$  и  $L$  соответственно так, что  $BK = KL = LC$ . Докажите, что угол  $KLC$  в два раза больше угла  $ABC$ .