

Ортоцентр

1. Дан прямоугольный треугольник. Впишите в него прямоугольник с общим прямым углом, у которого диагональ минимальна.
2. Пусть M — основание перпендикуляра, опущенного из вершины D параллелограмма $ABCD$ на диагональ AC . Докажите, что перпендикуляры к прямым AB и BC , проведённые через точки A и C соответственно, пересекутся на прямой DM .
3. В треугольнике PQR $\angle QPR = 46^\circ$. Через вершины P и R проведены перпендикуляры к сторонам QR и PQ соответственно. Точка пересечения этих перпендикуляров находится от вершин P и Q на расстоянии, равном 1. Найдите углы треугольника PQR .
4. В прямоугольнике $ABCD$ биссектрисы угла B и внешнего угла D пересекают сторону AD и прямую AB в точках K, M соответственно. Докажите что отрезок KM равен и перпендикулярен отрезку BD .
5. В треугольнике ABC сторона AC наименьшая. На сторонах AB и CB взяты точки K и L соответственно, причём $KA = AC = CL$. Пусть M — точка пересечения AL и KC , а I — точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Докажите, что прямая MI перпендикулярна прямой AC .
6. **(Параллелограмм Вариньона)** Осознайте, что в произвольном четырехугольнике середины сторон образуют параллелограмм.
(Задача) В четырехугольнике три угла равны 45° . Докажите, что параллелограмм Вариньона — квадрат.
7. Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ взаимно перпендикулярны. Через середины сторон AB и AD проведены прямые, перпендикулярные противоположным сторонам CD и CB соответственно. Докажите, что эти прямые и прямая AC имеют общую точку.
8. В прямоугольнике $ABCD$ точка M — середина стороны CD . Через точку C провели прямую, перпендикулярную прямой BM , а через точку M — прямую, перпендикулярную диагонали BD . Докажите, что два проведенных перпендикуляра пересекаются на прямой AD .