Неравенства треугольника. Часть вторая. Теоретическая.

0. Даны три отрезка, чьи длины равны a, b, c. Докажите, что если $a+b>c$ и $|a-b|<c$, то из этих отрезков можно построить треугольник. *Задачу ноль решать не надо.*

1. Даны три отрезка, чьи длины равны a, b, c. Докажите, что если $a+b>c$, $a+c>b$ и $b+c>a$, то из этих отрезков можно построить треугольник. *Это задачу надо вывести из задачи ноль.*

Теорема. Для любых трёх точек A, B, C выполнено неравенство $AC \leqslant AB+BC$. Причём равенство достигается только тогда, когда точка B лежит на отрезке AC.

2. **Доказательство теоремы.**

(а) Докажите теорему для случая, когда точки A, B, C лежат на одной прямой.

(б) Рассмотрим случай, когда точки A, B, C не лежат на одной прямой. Отложим на луче AB за точкой B точку D так, что $BD=BC$. Докажите, что $\angle ADC<\angle ACD$.

(в) Докажите теорему для случая, когда точки A, B, C не лежат на одной прямой.

3. Докажите, что в треугольнике ABC верно неравенство $|AB-BC|<AC$.

4. **Прямой путь короче, чем любой другой.**

(а) Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$. Докажите, что $AD<AB+BC+CD$.

(б) Дан выпуклый многоугольник $A_1A_2A_3\dots A_n$. Докажите, что

$$A_1A_n<A_1A_2+A_2A_3+\dots+A_{n-1}A_n.$$

(в) Дана произвольная ломанная $A_1A_2A_3\dots A_n$. Докажите, что

$$A_1A_n<A_1A_2+A_2A_3+\dots+A_{n-1}A_n.$$

Определение. Расстояние от точки до прямой — это длина перпендикуляра, проведенного из данной точки к данной прямой.

5. Из точки A опустили перпендикуляр AH на прямую ℓ. Также на этой прямой отмечена произвольная точка B, не совпадающая с точкой H.

(а) Докажите, что $AB>AH$.

(б) На плоскости отмечена C точка. Докажите, что $AC+CB>AH$.

(в) На плоскости отмечено несколько точек: $X_1, X_2, \dots, X_n$. Докажите, что

$$AH<AX_1+X_1X_2+\dots+X_{n-1}X_n+X_nB.$$

В листике суммарно 11 задач (включая пункты).
Количество полученных плюсиков по этому листику конвертируются в оценку по геометрии по следующему принципу.
3 — 6 плюсиков;
4 — 8 плюсиков;
5 — 10 плюсиков.
Последний день сдачи задач — 2 февраля (среда).

- **Ученики 7и** могут сдавать задачи на спецмате в субботу и в письменном виде на почту popovla@schmos444.ru.
- **Ученики 7м и 7т** могут сдавать решения задач 29 января (суббота) или 2 февраля (среда). В случае болезни ученика из 7м или 7т, мы готовы обсудить возможность принять у него задачи в письменном виде.