

Сложные конструкции

1. В 7 классе две страты, в каждой из которых по две группы. Покажите, как может оказаться так, что в угл-1 процент девушек выше, чем в проф-1, в угл-2 процент девушек выше, чем проф-2, но при этом во всем угл процент девушек ниже, чем в проф.
2. (а) Найдите четыре натуральных числа таких, что произведение любых двух из них делится на их сумму.
(б) Покажите, что можно найти любое количество таких натуральных чисел, которое заблагорассудится.
3. Покажите, что клетки любого клетчатого прямоугольника можно раскрасить в красный и синий цвета так, чтобы никакие три клетки, стоящие подряд по вертикали, горизонтали и диагонали не были бы одноцветными.
4. На столе по кругу стоит 2021 чашка, в одной из которых прячется микроб. За одну процедуру доктор может продезинфицировать некоторые (но не все) чашки, после чего микроб переползает в следующую по часовой стрелке чашку. Доктору запрещено дезинфицировать чашку больше одного раза. Как ему уничтожить микроба за три процедуры?
5. Покажите, как сложить из 9 квадратов (со стороной 1) и 19 равносторонних треугольников (со стороной 1) многоугольник с периметром 15.
6. Петя взял 20 последовательных натуральных чисел и записал их друг за другом в некотором порядке. Вася взял 21 последовательное натуральное число, записал их друг за другом в некотором порядке и получил такое же число! Приведите пример того, как такое могло выйти.