

Комбинаторный разнобой

1. Сколько существует шестизначных чисел, у которых по три чётных и нечётных цифры?
2. Нарисуйте на плоскости шесть точек так, чтобы они служили вершинами ровно для 17 треугольников.
3. В круговом шахматном турнире участвует 9 мальчиков и 3 девочки (каждый играет с каждым один раз, победа — 1 очко; ничья — 0,5; поражение — 0). Может ли в итоге оказаться так, что сумма очков, набранных всеми мальчиками, будет равна сумме очков, набранных всеми девочками?
4. Докажите, что если C_n^k делится на n при всех $1 \leq k \leq n-1$, то n — простое число.
5. Докажите, что при любых натуральных $0 < k < m < n$ числа C_n^k и C_n^m имеют общий натуральный делитель, больший 1.
6. В компании из 10 человек произошло 14 попарных ссор. Докажите, что все равно можно составить компанию из трёх друзей.