

Алгоритмы

1. На просторах Тихого Океана скрывается подводная лодка. За один пролет патрульный самолет может выяснить, находится ли она в данной полусфере (включая граничную прямую). Какое количество пролетов понадобится самолету на то, чтобы гарантированно понять, находится ли подлодка в «квадрате» $ABCD$?
2. Среди 25 кораблей, имеющих попарно разные скорости, проводится серия испытаний «Кто быстрее?». В одном испытании принимают участие пять кораблей, про которые становится понятно, как они между собой соотносятся по скорости. Как нужно организовать испытания так, чтобы проведя всего семь штук понять, какие корабли являются первым, вторым и третьим по скорости?
3. Империя держит гарнизоны на 10 островах. Каждый месяц Флот доставляет по роте солдат ровно на 9 из них. Как Флоту организовать перевозки так, чтобы размеры гарнизонов на всех островах стали одинаковы? (Гарнизон состоит из целого числа рот)
4. В клетках прямоугольной доски $m \times n$ записаны численности вражеских армий. Мао умеет одновременно умножать все числа в строке на 2, а Чан — вычитать из всех чисел в столбце по 1. Докажите, что объединив усилия они смогут получить доску, заполненную нулями вне зависимости от того, какие численности были у вражеских армий изначально.
5. У техника есть 32 бочки с горючим. Разрешается брать любые две бочки и уравнивать количество горючего в них, переливая часть горючего из одной бочки в другую. Как такими операциями добиться, чтобы во всех бочках стало поровну горючего?
6. На доске 9×9 стоит несколько ладей. Докажите, что их можно раскрасить в 3 цвета так, чтобы ладьи одинакового цвета друг друга не били. (Ладьи бьют друг друга, если стоят на одной горизонтали или вертикали и между ними нет других ладей.)