

Остатки. Часть 2.

1. Сумма трёх натуральных чисел, являющихся точными квадратами, делится на 9. Докажите, что из них можно выбрать два, разность которых также делится на 9.
2. Может ли $m! + n!$ оканчиваться на 3210?
3. Существуют ли такие **(а)** 4 различных натуральных числа; **(б)** 5 различных натуральных чисел; **(в)** 5 различных целых чисел; **(г)** 6 различных целых чисел, что сумма каждых трёх из них — простое число?
4. На занятии кружка 10 школьников решали 10 задач. Все школьники решили разное количество задач; каждую задачу решило одинаковое количество школьников. Один из этих десяти школьников, Марат, решил задачи с первой по пятую и не решил задачи с шестой по девятую. Решил ли он десятую задачу?
5. Федор и Игнат взяли числа $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 2019$ и $2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2020$ и посчитали остатки от деления их на 2021. Докажите, что если они не ошибутся, то результаты получатся равными.
6. Можно ли расставить по кругу числа $1, 2, \dots, 60$ в таком порядке, чтобы сумма каждых двух чисел, между которыми находится одно число, делилась на 2, сумма каждых двух чисел, между которыми находятся два числа, делилась на 3, ..., сумма каждых двух чисел, между которыми находятся шесть чисел, делилась на 7?