

## Остатки

1. Найдите остаток при делении...
  - (а)  $1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \dots \cdot 994 \cdot 995 \cdot 997 \cdot 998$  на 9;
  - (б)  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 999 \cdot 1000$  на 7;
  - (в)  $1\,008\,990 + 1\,008\,991 + 1\,008\,992 + \dots + 1\,008\,999$  на 1009.
2. В магазине было 6 ящиков, массы которых соответственно 15, 16, 18, 19, 20 и 31 килограммов. Две фирмы приобрели пять ящиков, причём одна из них взяла по массе яблок в два раза больше чем другая. Какой ящик остался в магазине?
3.
  - (а) Докажите, что 202120222023 нельзя представить как сумму квадратов двух целых чисел.
  - (б) Докажите, что ни одно из чисел вида  $10^{3n+1}$  нельзя представить в виде суммы двух кубов натуральных чисел.
4. Алина задумала натуральное число и нашла его остатки при делении на 3, 6 и 9. Сумма этих остатков оказалась равна 15. Найдите остаток от деления задуманного числа на 18.
5. Найдите все пары таких натуральных чисел  $m, n$ , что  $m^3 - n! = 9$ .
6. Существуют ли такие
  - (а) 4 различных натуральных числа;
  - (б) 5 различных натуральных чисел;
  - (в) 5 различных целых чисел;
  - (г) 6 различных целых чисел, что сумма каждых трёх из них — простое число?
7. Федор и Игнат взяли числа  $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 2019$  и  $2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2020$  и посчитали остатки от деления их на 2021. Докажите, что если они не ошибутся, то результаты получатся равными.
8. Можно ли расставить по кругу числа  $1, 2, \dots, 60$  в таком порядке, чтобы сумма каждых двух чисел, между которыми находится одно число, делилась на 2, сумма каждых двух чисел, между которыми находятся два числа, делилась на 3, ..., сумма каждых двух чисел, между которыми находятся шесть чисел, делилась на 7?