

Степени вхождения простых. Добавка.

7. Пусть A — множество из шести натуральных чисел, больших 1 и взаимно простых в совокупности. Известно, что произведение любых двух чисел из A делится на любое из оставшихся. Докажите, что произведение всех чисел из A — точная пятая степень.
8. На доске написано 14 натуральных чисел (не обязательно различных). Если эти числа увеличить на 1, то их произведение увеличится в 2020 раз. Приведите пример чисел, которые могли быть на доске.
9. Докажите, что сумма всех чисел вида $\frac{1}{mn}$, где $1 \leq m, n \leq 2019$, не является целым числом.
10. Можно ли вычеркнуть из произведения $1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 100!$ один из факториалов так, чтобы произведение оставшихся было квадратом целого числа?