

Степени вхождения простых

Основная теорема арифметики. Любое натуральное число, большее единицы, можно разложить в произведение простых сомножителей, причем единственным (с точностью до перестановки множителей) способом.

Задачи

1. Докажите, что если произведение двух взаимно простых чисел — полный квадрат, то и сами числа тоже полные квадраты.
2. (а) На сколько нулей оканчивается $25!$ (25 факториал)?
(б) Существует ли такое натуральное n , что $n!$ оканчивается ровно на 100 нулей?
3. В десятичной записи некоторого числа 30 единиц, а остальные цифры — нули. Может ли это число быть квадратом некоторого натурального числа?
4. Произведение 15 последовательных чисел не делится на 2^{12} . Докажите, что среднее число делится на 8.
5. Несколько натуральных чисел перемножили, и получилось 1120. Что это были за числа, если самое большое из них вдвое больше самого маленького?
6. Даны натуральные числа a и b , причём $a < 1000$. Докажите, что если a^{21} делится на b^{10} , то a^2 делится на b .

В листике суммарно 7 задач (включая пункты).

Количество полученных плюсики по этому листику конвертируются в оценку по алгебре по следующему принципу.

3 — 3 плюсики;

4 — 5 плюсики;

5 — 7 плюсики.

Последний день сдачи задач — 2 октября (суббота).