

Подсчет двумя способами

1. На кошачьей выставке каждый посетитель погладил ровно трех кошек. При этом оказалось, что каждую кошку погладили ровно три посетителя. Докажите, что посетителей было ровно столько же, сколько и кошек.
2. Дано 25 чисел. Какие бы три из них мы ни выбрали, среди оставшихся найдётся такое четвёртое, что сумма этих четырёх чисел будет положительна. Верно ли, что сумма всех чисел положительна?
3. Чтобы сшить футбольный мяч требуются 32 лоскута в виде шестиугольников и пятиугольников. Каждый пятиугольный фрагмент должен граничить с пятью шестиугольными, а каждый шестиугольный — с тремя шестиугольными и тремя пятиугольными. Сколько каких лоскутов нужно на мяч?
4. На сторонах шестиугольника было записано шесть чисел, а в каждой вершине — число, равное сумме двух чисел на смежных с ней сторонах. Затем все числа на сторонах и одно число в вершине стерли. Можно ли восстановить число, стоявшее в вершине?
5. В игре «Сапёр» в некоторых клетках таблицы 24×24 расположены мины (не более одной в клетке). Число в каждой клетке таблицы, в которой нет мины, показывает количество соседних с ней (по стороне или по углу) мин. Билл Гейтс и Пол Аллен раздобыли себе по такой таблице, причем мины у первого ровно в тех клетках, которые без мин у второго. Докажите, что суммы чисел в их таблицах одинаковы.
6. Назовем человека малообщительным, если у него менее 10 знакомых. Назовем человека чудачком, если все его знакомые малообщительны. Докажите, что количество чудачков не больше количества малообщительных.
7. Может ли во время шахматной партии на каждой из 30 диагоналей оказаться нечётное число фигур?
8. Дан набор, состоящий из таких 2021 числа, что если каждое число в наборе заменить на сумму остальных, то получится тот же набор. Докажите, что произведение чисел в наборе равно 0.