

Сочетания

Упражнения

1. В 7 «Q» классе учится 20 человек.
(а) Сколько существует способов составить из всех учеников 7 «Q» очередь за пирожками?
(б) Сколько существует способов составить из всех учеников 7 «Q» хоровод?
2. Сколькими способами учительница может выбрать из учеников 7«Q» (а) двоих; (б) троих; (в) пятерых; (г) девятнадцать человек, чтобы поставить им лишнюю пятерку по доброте душевной?

Определение. Сочетанием из n по k называется набор из k элементов, выбранных из n -элементного множества, в котором не учитывается порядок элементов. Число сочетаний из n по k обозначается C_n^k .

1. Докажите, что $C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$.
2. Найдите:
(а) C_{10}^3 ;
(б) C_n^1 ;
(в) C_n^{n-2} .
3. Сколько различных пятнадцатизначных чисел можно составить из 5 четверок, 5 шестерок и 5 семерок?
4. Докажите, что произведение k последовательных натуральных чисел всегда делится на $k!$.
5. Докажите, что если p — простое число, и $1 \leq k \leq p-1$, то C_n^k делится на p .
6. Докажите, что $C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1} = C_n^k$
7. Докажите, что $C_n^k = C_n^{n-k}$
8. Докажите, что
(а) $C_m^k \cdot C_{m-k}^n = C_m^n \cdot C_{m-n}^k$;
(б) $C_n^m = C_2^0 \cdot C_{n-2}^m + C_2^1 \cdot C_{n-2}^{m-1} + C_2^2 \cdot C_{n-2}^{m-2}$.