

Подсчет двумя способами

1. На кошачьей выставке каждый посетитель погладил ровно трех кошек. При этом оказалось, что каждую кошку погладили ровно три посетителя. Докажите, что посетителей было ровно столько же, сколько и кошек.
2. В таблице 5×6 написаны числа. Может ли так оказаться, что во всех строчках и столбцах сумма чисел одна и та же?
3. Дано 25 чисел. Какие бы три из них мы ни выбрали, среди оставшихся найдётся такое четвёртое, что сумма этих четырёх чисел будет положительна. Верно ли, что сумма всех чисел положительна?
4. На сторонах шестиугольника было записано шесть чисел, а в каждой вершине — число, равное сумме двух чисел на смежных с ней сторонах. Затем все числа на сторонах и одно число в вершине стерли. Можно ли восстановить число, стоявшее в вершине?
5. Чтобы сшить футбольный мяч требуются 32 лоскута в виде шестиугольников и пятиугольников. Каждый пятиугольный фрагмент должен граничить с пятью шестиугольными, а каждый шестиугольный — с тремя шестиугольными и тремя пятиугольными. Сколько каких лоскутов нужно на мяч?
6. В игре «Сапёр» в некоторых клетках таблицы 24×24 расположены мины (не более одной в клетке). Число в каждой клетке таблицы, в которой нет мины, показывает количество соседних с ней (по стороне или по углу) мин. Билл Гейтс и Пол Аллен раздобыли себе по такой таблице, причем мины у первого ровно в тех клетках, которые без мин у второго. Докажите, что суммы чисел в их таблицах одинаковы.