

## Верёвки и гвозди (Подсчёт двумя способами)

0. На балу каждая дама танцевала с 6 кавалерами, а каждый кавалер с 5 дамами.

- Если дам было 20, то сколько было кавалеров?
- Могло ли кавалеров быть больше, чем дам?
- Могло ли на балу быть ровно 38 дам?
- Могло ли на балу быть ровно 98 человек?

**Решение.** Поставим кавалеров у одной стены, а дам -- у другой. Принесём много верёвочек, и натянем верёвку между дамой и кавалером, если они танцевали вместе. Тогда у каждой дамы будет в руке 6 верёвочек.

а) Если дам 20, то всего они держат в руках  $20 \times 6 = 120$  верёвочек. Но каждая верёвочка идёт от дамы к одному из кавалеров, а значит, верёвочек, которые держат в руках кавалеры тоже будет 120. При этом у каждого кавалера в руке 5 верёвочек. Значит кавалеров на балу было  $120 : 5 = 24$ .

б) Пусть количество дам равно  $D$ . Тогда они держат в руках  $D \times 6$  верёвочек, а кавалеры держат в руках  $K \times 5$  верёвочек. Но количество верёвочек, которые держат кавалеры, равно количеству верёвочек, которые держат дамы, поэтому  $D \times 6 = K \times 5$ .

$K = D \times 6 : 5$ . Значит, кавалеров больше, чем дам.

в) Если дам было 38, то верёвочек у них в руках было всего  $38 \times 6 = 228$ . Чтобы узнать число кавалеров, нужно это число разделить на 5. Но 228 не делится на 5 нацело, а значит дам не могло быть 38.

г) Общее количество верёвочек равно:  $D \times 6 = K \times 5$ , а значит количество кавалеров делится на 6, а количество дам делится на 5. Раз количество дам делится на 5 обозначим  $D = X \times 5$ .

Получим, что  $X \times 5 \times 6 = K \times 5$ . То есть  $K = X \times 6$ . А значит всего людей на балу было  $D + K = X \times 5 + X \times 6 = X \times 11$ . Но 98 не делится на 11. Значит на балу не могло быть 98 человек.

### Задачи для самостоятельного решения.

- На окружности нарисованы красные и зелёные точки. Каждая красная точка соединена с 8 зелёными, а каждая зелёная с 5 красными. Сколько зелёных точек, если красных 20?
- 15 пятиклассников перепробовали всё мороженое, которое продавалось в киоске. Каждый пятиклассник попробовал три вида мороженого, а каждый вид мороженого попробовали 9 пятиклассников. Сколько видов мороженого продавалось в киоске?
- В прямоугольной таблице 12 строк. В каждой строке стоит ровно 5 крестиков, а в каждом столбике 4 крестика. Сколько столбиков в таблице?
- На занятии дети сдавали задачи, и за сданные задачи преподаватели ставили им плюсики. Ученики сдали по 5 задач, а каждый преподаватель поставил 22 плюсики. Лёва утверждает, что на занятии было шесть преподавателей. Может ли это быть правдой?

- Дети на прогулке встретили стаю кошек. Каждый ребёнок погладил 5 кошек, а каждую кошку погладили 8 детей.
  - Если детей было 40, то сколько тогда было кошек?
  - Могло ли кошек быть больше, чем детей?
  - Могло ли кошек быть 32?
- На занятие кружка пришли пятиклассники и шестиклассники. Перед занятием каждый пятиклассник поздоровался за руку с 4 шестиклассниками, а каждый шестиклассник – с 5 пятиклассниками.
  - Известно, что на занятии было не меньше 13 шестиклассников. Сколько ещё шестиклассников наверняка были на занятии?
  - Известно, что на занятии было не меньше 22 пятиклассников. Какое наименьшее количество шестиклассников и пятиклассников могло быть на занятии?
- В классе каждый мальчик дружит с тремя девочками, а каждая девочка дружит с двумя мальчиками. Кроме того известно, что в этом классе меньше 40 человек, а 31 человек из класса умеет плавать. Сколько в классе мальчиков и сколько девочек?
- В передаче «Дом-2» участвовали 7 юношей и 7 девушек. Во время передачи каждый юноша поссорился с 6 участниками передачи, а каждая девушка – с 12. Докажите, что можно разбить всех участников на 7 пар из не поссорившихся юноши и девушки.