

06 Верёвки и гвозди (Подсчёт двумя способами)

0. На балу каждая дама танцевала с 6 кавалерами, а каждый кавалер с 5 дамами.

а) Если дам было 20, то сколько было кавалеров?

б) Могло ли кавалеров быть больше, чем дам?

в) Могло ли на балу быть ровно 38 дам?

г) Могло ли на балу быть ровно 98 человек?

Решение. Поставим кавалеров у одной стены, а дам -- у другой. Принесём много верёвочек, и натянем верёвку между дамой и кавалером, если они танцевали вместе. Тогда у каждой дамы будет в руке 6 верёвочек.

а) Если дам 20, то всего они держат в руках $20 \times 6 = 120$ верёвочек. Но каждая верёвочка идёт от дамы к кавалеру, а значит, верёвочек, которые держат в руках кавалеры тоже будет 120. При этом у каждого кавалера в руке 5 верёвочек. Значит кавалеров на балу было $120 : 5 = 24$.

б) Пусть количество дам равно D . Тогда они держат в руках $D \times 6$ верёвочек, а кавалеры держат в руках $K \times 5$ верёвочек. Но количество верёвок, которые держат кавалеры, равно количеству верёвок, которые держат дамы, поэтому $D \times 6 = K \times 5$.

$K = D \times 6 : 5$. Значит, кавалеров больше, чем дам.

в) $D \times 6 = K \times 5$, а значит количество кавалеров делится на 6, а количество дам делится на 5, и дам не могло быть 38.

г) Раз количество дам делится на 5 обозначим $D = X \times 5$.

Получим, что $X \times 5 \times 6 = K \times 5$. То есть $K = X \times 6$. А значит всего людей на балу было $D + K = X \times 5 + X \times 6 = X \times 11$. Но 98 не делится на 11. Значит на балу не могло быть 98 человек.

Задачи для самостоятельного решения.

1. На окружности нарисованы красные и зелёные точки. Каждая красная точка соединена с 8 зелёными, а каждая зелёная с 5 красными. Сколько зелёных точек, если красных 20?
2. В прямоугольной таблице 12 строк. В каждой строке стоит ровно 5 крестиков, а в каждом столбике 4 крестика. Сколько столбиков в таблице?
3. На занятии дети сдавали задачи, и за сданные задачи преподаватели ставили им плюсики. Ученики сдали по 5 задач, а каждый преподаватель поставил 22 плюсики. Лёва утверждает, что на занятии было шесть преподавателей. Может ли это быть правдой?
4. Дети на прогулке встретили стаю кошек. Каждый ребёнок погладил 5 кошек, а каждую кошку погладили 8 детей.
 - а) Если детей было 40, то сколько тогда было кошек?
 - б) Могло ли кошек быть больше, чем детей?
 - в) Могло ли кошек быть 32?

5. На занятие кружка пришли пятиклассники и шестиклассники. Перед занятием каждый пятиклассник поздоровался за руку с 4 шестиклассниками, а каждый шестиклассник – с 5 пятиклассниками.
 - а) Анна Владимировна уверена, что на занятии было не меньше 13 шестиклассников. Сколько ещё шестиклассников наверняка были на занятии?
 - б) Олег Юрьевич помнит, что на занятии было не меньше 22 пятиклассников. Какое наименьшее количество шестиклассников и пятиклассников могло быть на занятии, если он прав?
6. В классе каждый мальчик дружит с тремя девочками, а каждая девочка дружит с двумя мальчиками. Кроме того известно, что в этом классе меньше 40 человек, а 31 человек из класса умеет плавать. Сколько в классе мальчиков и сколько девочек?
7. На кошачей выставке в ряд сидит несколько котов и 19 кошек, причём рядом с каждой кошкой сидит более толстый кот. Докажите, что можно найти по крайней мере 10 котов, рядом с каждым из которых сидит кошка, которая тоньше его.
8. В передаче «Дом-2» участвовали 7 юношей и 7 девушек. Во время передачи каждый юноша поссорился с 6 участниками передачи, а каждая девушка – с 12. Докажите, что можно разбить всех участников на 7 пар из не поссорившихся юноши и девушки.

По этому QR-коду можно попасть на Гугл-диск, где выкладываются все листки по Спецмату 5М класса.

