

Комбинаторика

1. На сайте олимпиады «ТехФиз» необходимо придумать пароль, состоящий из 10 символов, где символом может быть буква латинского алфавита или цифра. Сколько способов придумать пароль, в котором будет:
 - ровно одна цифра;
 - хотя бы одна цифра?
2. В числе $2 * 0 * 1 * 6 * 0 * 2 *$ нужно заменить каждую из 6 звёздочек на любую из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (цифры могут повторяться) так, чтобы полученное 12-значное число делилось на 45. Сколькими способами это можно сделать?
3. Каждый день из 20 Мстителей четырёх отправляют охранять камни бесконечности. Сколькими способами можно выбирать охранников в течение пяти дней так, чтобы каждый день их состав был разный?
4. В центре Нью-Йорка дороги образуют идеальную сетку. Майлзу Моралезу нужно добраться в точку, которая находится на расстоянии 10 клеток по горизонтали и 5 клеток по вертикали, если смотреть по карте. Сколько способов у него построить маршрут?
5. Ванда купила 5 банок с красками разного цвета. Сколькими различными способами Вижн может покрасить забор на их участке, состоящий из 7 досок, так, чтобы любые две соседние доски были разных цветов и при этом он использовал краски не менее чем трёх цветов?
6. Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700.
7. На каждой из прямых $y = 1$ и $y = 6$ отмечено по 200 точек с абсциссами 1, 2, 3, ..., 200. Сколькими способами можно выбрать три точки из отмеченных 400 так, чтобы они являлись вершинами прямоугольного треугольника?
8. Отметили все вершины правильного 12-тиугольника. Сколько существует незамкнутых несамопересекающихся десятизвенных ломаных с вершинами в отмеченных точках?
9. Дан правильный 16-угольник. Найдите количество четвёрок вершин этого 16-угольника, являющихся вершинами выпуклых четырёхугольников, у которых есть хотя бы одна пара параллельных сторон.