Комбинаторный разнобой

1. На клетчатой доске 5×7 отмечено 9 клеток. Назовём пару клеток с общей стороной *интересной*, если хотя бы одна клетка из пары отмечена. Какое наибольшее количество интересных пар может быть?
2. Число 72350 написали 7 раз подряд, при этом получилось 35-значное число 72350723507235072350723507235072350. Из этого 35-значного числа требуется вычеркнуть две цифры так, чтобы полученное после вычёркивания 33-значное число делилось на 15. Сколькими способами это можно сделать?
3. Трое играют в настольный теннис, причём игрок, проигравший партию, уступает место игроку, не участвовавшему в ней. В итоге оказалось, что первый игрок сыграл 21 партию, а второй — 10. Сколько партий сыграл третий игрок?
4. Каждый из 102 учеников одной школы знаком не менее чем с 68 другими. Докажите, что среди них найдутся четверо, имеющие одинаковое число знакомых.
5. Все вершины куба в некотором порядке занумерованы числами от 1 до 8 включительно. Докажите, что найдутся два разных ребра, суммы номеров концов которых равны.
6. На окружности отмечено n точек ($n \geqslant 5$). Петя и Вася по очереди (начиная с Пети) проводят по одной хорде, соединяющей пары этих точек. Любые две проведённые хорды должны пересекаться (возможно, концевыми точками). Проигрывает игрок, не имеющий хода. При каких n Петя выиграет вне зависимости от действий Васи?

[Школа №444] А. Балакин
[*2021-2022 г.*] группа: 10-11 класс *25 сентября 2021 г.*

Комбинаторный разнобой

1. На клетчатой доске 5×7 отмечено 9 клеток. Назовём пару клеток с общей стороной *интересной*, если хотя бы одна клетка из пары отмечена. Какое наибольшее количество интересных пар может быть?
2. Число 72350 написали 7 раз подряд, при этом получилось 35-значное число 72350723507235072350723507235072350. Из этого 35-значного числа требуется вычеркнуть две цифры так, чтобы полученное после вычёркивания 33-значное число делилось на 15. Сколькими способами это можно сделать?
3. Трое играют в настольный теннис, причём игрок, проигравший партию, уступает место игроку, не участвовавшему в ней. В итоге оказалось, что первый игрок сыграл 21 партию, а второй — 10. Сколько партий сыграл третий игрок?
4. Каждый из 102 учеников одной школы знаком не менее чем с 68 другими. Докажите, что среди них найдутся четверо, имеющие одинаковое число знакомых.
5. Все вершины куба в некотором порядке занумерованы числами от 1 до 8 включительно. Докажите, что найдутся два разных ребра, суммы номеров концов которых равны.
6. На окружности отмечено n точек ($n \geqslant 5$). Петя и Вася по очереди (начиная с Пети) проводят по одной хорде, соединяющей пары этих точек. Любые две проведённые хорды должны пересекаться (возможно, концевыми точками). Проигрывает игрок, не имеющий хода. При каких n Петя выиграет вне зависимости от действий Васи?