

Параллелограмм.

1. Докажите, что диагонали прямоугольника равны.
2. На сторонах AB , BC , CD и DA параллелограмма $ABCD$ выбраны точки K , L , M и N соответственно так, что $AK=CM$ и $AN=CL$.
 - а) Докажите, что $KLMN$ — параллелограмм.
 - б) Докажите, что четырёхугольник с вершинами в точках пересечения прямых AL , BM , CN и DK — параллелограмм.
3. На сторонах AB и BC параллелограмма $ABCD$ с острым углом A во внешнюю сторону построены равносторонние треугольники ABX и BCY . Докажите, что треугольник DXY равносторонний.
4. Трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC такова, что угол ABD — прямой и $BC+CD=AD$. Найдите отношение оснований $AD : BC$.
5. На сторонах AD и BC параллелограмма $ABCD$ выбраны точки X и Y соответственно так, что XY параллельно AB . Биссектрисы углов A и C пересекают отрезок XY в точках P и Q соответственно. Докажите, что $\angle ADP = \angle ABQ$.
6. Дан параллелограмм $ABCD$ с тупым углом B . Точка E выбрана так, что AE параллельно BD и BE перпендикулярно BC . Докажите, что $\angle AEB = \angle CEB$.
7. В параллелограмме $ABCD$ из вершины тупого угла B проведены две высоты BM и BN , а из вершины D проведены высоты DP и DQ . Докажите, что M , N , P , Q являются вершинами прямоугольника.
8. Через точку на стороне треугольника проведена прямая, параллельная другой стороне, до пересечения с третьей стороной треугольника. Через полученную точку проведена прямая, параллельная первой стороне треугольника и т.д. Докажите, что
 - а) если исходная точка совпадает с серединой стороны треугольника, то четвёртая точка, полученная таким способом, совпадёт с исходной;
 - б) если исходная точка отлична от середины стороны треугольника, то седьмая точка, полученная таким способом, совпадёт с исходной.

Параллелограмм.

1. Докажите, что диагонали прямоугольника равны.
2. На сторонах AB , BC , CD и DA параллелограмма $ABCD$ выбраны точки K , L , M и N соответственно так, что $AK=CM$ и $AN=CL$.
 - а) Докажите, что $KLMN$ — параллелограмм.
 - б) Докажите, что четырёхугольник с вершинами в точках пересечения прямых AL , BM , CN и DK — параллелограмм.
3. На сторонах AB и BC параллелограмма $ABCD$ с острым углом A во внешнюю сторону построены равносторонние треугольники ABX и BCY . Докажите, что треугольник DXY равносторонний.
4. Трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC такова, что угол ABD — прямой и $BC+CD=AD$. Найдите отношение оснований $AD : BC$.
5. На сторонах AD и BC параллелограмма $ABCD$ выбраны точки X и Y соответственно так, что XY параллельно AB . Биссектрисы углов A и C пересекают отрезок XY в точках P и Q соответственно. Докажите, что $\angle ADP = \angle ABQ$.
6. Дан параллелограмм $ABCD$ с тупым углом B . Точка E выбрана так, что AE параллельно BD и BE перпендикулярно BC . Докажите, что $\angle AEB = \angle CEB$.
7. В параллелограмме $ABCD$ из вершины тупого угла B проведены две высоты BM и BN , а из вершины D проведены высоты DP и DQ . Докажите, что M , N , P , Q являются вершинами прямоугольника.
8. Через точку на стороне треугольника проведена прямая, параллельная другой стороне, до пересечения с третьей стороной треугольника. Через полученную точку проведена прямая, параллельная первой стороне треугольника и т.д. Докажите, что
 - а) если исходная точка совпадает с серединой стороны треугольника, то четвёртая точка, полученная таким способом, совпадёт с исходной;
 - б) если исходная точка отлична от середины стороны треугольника, то седьмая точка, полученная таким способом, совпадёт с исходной.