

Игры. Разбиение на пары

1. Двое играют в игру в квадрате 8×8 . Первый может своим ходом закрасить любую клетку квадрата. А второй может своим ходом любой уголок из трёх клеток. Кто не может сделать ход — проиграл. Кто из игроков может всегда выигрывать, как бы ни играл его соперник?
2. Двое играют в игру. На доске 8×8 стоит фишка. За один ход её можно передвинуть на соседнюю по стороне клетку, при этом нельзя её ставить в клетки, где фишка уже побывала. Кто не может сделать ход — проиграл. Кто из игроков может всегда выигрывать, как бы ни играл его соперник?
3. Двое игроков по очереди расставляют в каждой из 24 клеток поверхности куба $2 \times 2 \times 2$ числа $1, 2, 3, \dots, 24$ (каждое число можно ставить один раз). Второй игрок хочет, чтобы суммы чисел в клетках каждого кольца из 8 клеток, опоясывающего куб, были одинаковыми. Сможет ли первый игрок ему помешать?
4. Двое играют в игру. На доске 8×8 стоит конь. Игроки по очереди ходят этим конем. Нельзя наступать на одну и ту же клетку дважды. Кто выиграет при правильной игре?
5. Коля и Дима играют в игру на доске 8×8 , делая ходы по очереди. Коля рисует в клетках крестики, а Дима накрывает прямоугольниками 1×2 (доминошками) пары соседних по стороне клеток доски. За свой ход Коля должен поставить один крестик в любую пустую клетку (т. е. в клетку, в которой ещё не нарисован крестик и которая ещё не покрыта доминошкой). Дима за свой ход должен накрыть доминошкой две соседних клетки (ещё не накрытые другими доминошками), в которых суммарно чётное число крестиков (0 или 2). Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков имеет выигрышную стратегию, если а) начинает Дима б) начинает Коля?
6. По кругу расставлены 8 точек. Двое по очереди соединяют их отрезками. Первый отрезок проводится произвольно, а каждый следующий начинается из конца предыдущего. Проигрывает тот, кто не может провести новый отрезок (дважды проводить один отрезок нельзя). Кто победит при правильной игре?
7. Двое по очереди обводят цветными карандашами стороны клеток на клетчатой бумаге. Первый игрок обводит красным, второй — синим. За каждый ход можно обвести отрезок между соседними узлами сетки (составляющий сторону клетки), если этот отрезок ещё не обведён другим игроком. Докажите, что второй (синий) игрок может помешать первому образовать красную замкнутую линию.
8. Германн и Чекалинский разложили на столе 13 различных карт. Каждая карта может лежать в одном из двух положений: рубашкой вверх или рубашкой вниз. Игроки должны по очереди переворачивать по одной карте. Проигрывает тот игрок, после хода которого повторится какая-то из предыдущих ситуаций (включая изначальную). Первый ход сделал Чекалинский. Кто сможет выиграть независимо от того, как будет играть соперник?
9. Есть числа от 1 до а) 999 б) 1000 чисел. Первый начинает с любого числа. Любой из игроков может к числу на котором остановился соперник либо прибавить 1, либо отнять 1, либо умножить на 2, либо разделить на 2 (если четное). Попадать в число, которое уже было нельзя. Кто выиграет при правильной игре?
10. Белая ладья стоит на поле b2 шахматной доски 8×8 , а чёрная — на поле c4. Игроки ходят по очереди, каждый — своей ладьёй, начинают белые. Запрещается ставить свою ладью под бой другой ладьи, а также на поле, где уже побывала какая-нибудь ладья. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Кто из игроков может обеспечить себе победу, как бы ни играл другой? (За ход ладья сдвигается по горизонтали или вертикали на любое число клеток, и считается, что она побывала только в начальной и конечной клетках этого хода.)

Игры. Разбиение на пары

1. Двое играют в игру в квадрате 8×8 . Первый может своим ходом закрасить любую клетку квадрата. А второй может своим ходом любой уголок из трёх клеток. Кто не может сделать ход — проиграл. Кто из игроков может всегда выигрывать, как бы ни играл его соперник?
2. Двое играют в игру. На доске 8×8 стоит фишка. За один ход её можно передвинуть на соседнюю по стороне клетку, при этом нельзя её ставить в клетки, где фишка уже побывала. Кто не может сделать ход — проиграл. Кто из игроков может всегда выигрывать, как бы ни играл его соперник?
3. Двое игроков по очереди расставляют в каждой из 24 клеток поверхности куба $2 \times 2 \times 2$ числа $1, 2, 3, \dots, 24$ (каждое число можно ставить один раз). Второй игрок хочет, чтобы суммы чисел в клетках каждого кольца из 8 клеток, опоясывающего куб, были одинаковыми. Сможет ли первый игрок ему помешать?
4. Двое играют в игру. На доске 8×8 стоит конь. Игроки по очереди ходят этим конем. Нельзя наступать на одну и ту же клетку дважды. Кто выиграет при правильной игре?
5. Коля и Дима играют в игру на доске 8×8 , делая ходы по очереди. Коля рисует в клетках крестики, а Дима накрывает прямоугольниками 1×2 (доминошками) пары соседних по стороне клеток доски. За свой ход Коля должен поставить один крестик в любую пустую клетку (т. е. в клетку, в которой ещё не нарисован крестик и которая ещё не покрыта доминошкой). Дима за свой ход должен накрыть доминошкой две соседних клетки (ещё не накрытые другими доминошками), в которых суммарно чётное число крестиков (0 или 2). Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков имеет выигрышную стратегию, если а) начинает Дима б) начинает Коля?
6. По кругу расставлены 8 точек. Двое по очереди соединяют их отрезками. Первый отрезок проводится произвольно, а каждый следующий начинается из конца предыдущего. Проигрывает тот, кто не может провести новый отрезок (дважды проводить один отрезок нельзя). Кто победит при правильной игре?
7. Двое по очереди обводят цветными карандашами стороны клеток на клетчатой бумаге. Первый игрок обводит красным, второй — синим. За каждый ход можно обвести отрезок между соседними узлами сетки (составляющий сторону клетки), если этот отрезок ещё не обведён другим игроком. Докажите, что второй (синий) игрок может помешать первому образовать красную замкнутую линию.
8. Германн и Чекалинский разложили на столе 13 различных карт. Каждая карта может лежать в одном из двух положений: рубашкой вверх или рубашкой вниз. Игроки должны по очереди переворачивать по одной карте. Проигрывает тот игрок, после хода которого повторится какая-то из предыдущих ситуаций (включая изначальную). Первый ход сделал Чекалинский. Кто сможет выиграть независимо от того, как будет играть соперник?
9. Есть числа от 1 до а) 999 б) 1000 чисел. Первый начинает с любого числа. Любой из игроков может к числу на котором остановился соперник либо прибавить 1, либо отнять 1, либо умножить на 2, либо разделить на 2 (если четное). Попадать в число, которое уже было нельзя. Кто выиграет при правильной игре?
10. Белая ладья стоит на поле b2 шахматной доски 8×8 , а чёрная — на поле c4. Игроки ходят по очереди, каждый — своей ладьёй, начинают белые. Запрещается ставить свою ладью под бой другой ладьи, а также на поле, где уже побывала какая-нибудь ладья. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Кто из игроков может обеспечить себе победу, как бы ни играл другой? (За ход ладья сдвигается по горизонтали или вертикали на любое число клеток, и считается, что она побывала только в начальной и конечной клетках этого хода.)