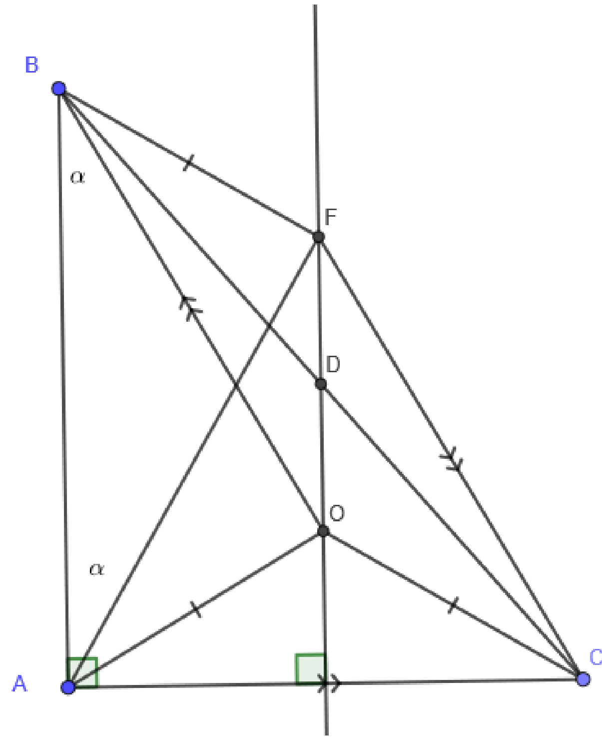
Решение №7

Пусть D – середина BC, удвоим в треугольнике BOC медиану OD и получим параллелограмм $BOCF$, а значит $OA=OC=BF$ и $AC=BO=FC$. Так как O лежит на серединном перпендикуляре к AC и D лежит на серединном перпендикуляре к AC, то OD – серединный перпендикуляр к AC и значит $BA \| OD$, (BA, OD – перпендикуляры к AC) из чего следует, что $BFOA$ – равнобокая трапеция ($BF=OA$). Из свойств равнобедренной трапеции $\angle OBA=\angle BAF=\alpha$, $AC=CF$ следовательно $\angle CAF=\angle CAB-\angle BAF=90-\alpha=\angle AFC$ и из суммы углов треугольника AFC имеем $\angle ACF=2\alpha$. Пусть $\angle OAC=\beta$, тогда из равнобедренности треугольника OAC получим, что $\angle OAC=\angle OCA=\beta$ и тогда $\angle OAB=90-\beta$, $\angle OCF=2\alpha-\beta=\angle OBF$ из свойств параллелограмма. Из свойств равнобедренной трапеции получаем, что $\angle OAB=\angle ABF$ и из уже посчитанных углов получаем уравнение $90-\beta=3\alpha-\beta$, а значит $\alpha=30^\circ$.



№8

Углы B и C треугольника ABC равны 70° и 50°. На сторонах AB и AC отмечены точки M и N так, что $\angle MCB=40^\circ$ и $\angle NBC=50^\circ$. Найдите угол NMC .