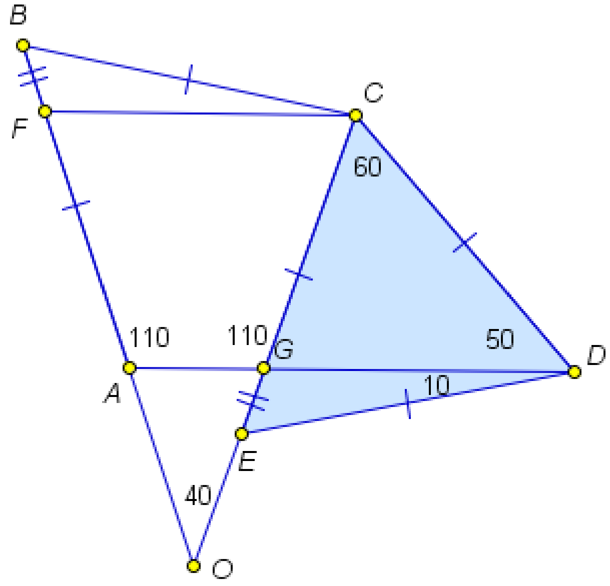
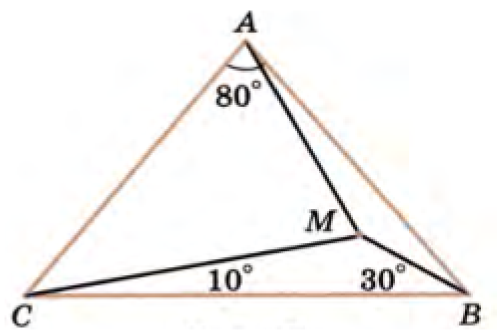
Решение №4



Нам нужно найти $\angle BCD$.
Построим равносторонний треугольник CDE на стороне CD внутрь, как показано на рисунке, пересечение CE и AD назовем точкой G, тогда по построению $\angle EDG=\angle EDC-\angle CDG=60-50=10^{\circ}$, $\angle AGC=\angle DGE=60+50=110^{\circ}$ как внешние к треугольнику CDG. Продлим прямые CE и AB до пересечения, назовем O точку их пересечения. Тогда так как $\angle AGC+\angle FAG=220^{\circ}>180^{\circ}$, то точка O лежит как показано на рисунке.
$\angle OAG=\angle OGA=180-\angle AGC=70^{\circ}$ как смежные к равным и значит треугольник OAG равнобедренный и OA=OG, а из суммы углов треугольника AGO получим, что $\angle AOG=40^{\circ}$. Отметим на AB точку F такую что BF=GE, тогда AF=AB-BF=CE-EG=CG, следовательно OF=OA+AF=OG+CG=OC и значит $\angle OFC=\angle OCF=(180-40):2=70^{\circ}$ и тогда как смежный $\angle BFC=180-\angle OFC=110^{\circ}$. Таким образом у треугольников DGE и CBF есть две равные стороны (ED=BC и EG=BF) и угол не между ними ($\angle BFC=\angle EGD=110^{\circ}$), а значит по полупризнаку равенства треугольников они либо равны, либо $\angle EDG+\angle BCF=180^{\circ}$ и так как оба эти треугольника тупоугольные, то $\angle EDG$,$\angle BCF$ острые, а значит $\angle EDG+\angle BCF<180^{\circ}$ и значит треугольники DGE и CBF равны. Следовательно $\angle EDG=\angle BCF=10^{\circ}$, значит $\angle BCD=\angle BCF+\angle OCF+\angle OCD=10+70+60=140^{\circ}$.

№5



Внутри равнобедренного треугольника ABC с основанием BC и углом A, равным 80°, отмечена точка M так, что $\angle MBC=30^{\circ}$ и $\angle MCB=10^{\circ}$. Найдите угол AMC.