

Разнойой к Эйлеру

- (2) На доске написано n целых чисел, любые два из которых отличаются хотя бы на 3. Сумма квадратов двух наибольших из них меньше 500. Сумма квадратов двух наименьших из них также меньше 500. При каком наибольшем n это возможно?
- (2) Зелёный хамелеон всегда говорит правду, а коричневый хамелеон врёт, после чего зеленеет. В компании из 2019 хамелеонов каждый по очереди ответил на вопрос, сколько среди них сейчас зелёных. Ответами были числа $1, 2, 3, \dots, 2019$ (в некотором порядке, не обязательно в указанном выше). Какое наибольшее число зелёных хамелеонов могло быть изначально?
- (2) Каждый из 10 человек - либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Каждый из них задумал какое-то натуральное число. Затем первый сказал: «Мое число больше 1», второй сказал: «Мое число больше 2», ..., десятый сказал: «Мое число больше 10». После этого они же, выступая в другом порядке, сказали (каждый по одной фразе): «Мое число меньше 1», «Мое число меньше 2», ..., «Мое число меньше 10». Какое наибольшее число рыцарей могло быть среди этих 10 человек?
- (3) Можно ли отметить в ряду всех натуральных чисел бесконечно много чисел так, чтобы разность любых двух отмеченных чисел (где из большего вычитается меньшее) была квадратом натурального числа?
- (3) Имеется клетчатая доска размером $2n \times 2n$. Петя поставил на неё $(n+1)^2$ фишек. Кот может одним взмахом лапы смахнуть на пол любую одну фишку или две фишки, стоящие в соседних по стороне или углу клетках. За какое наименьшее количество взмахов кот заведомо сможет смахнуть на пол все поставленные Петей фишки?
- (4) Имеется кубик, каждая грань которого разбита на 4 одинаковые квадратные клетки. Олег хочет отметить невидимыми чернилами 8 клеток так, чтобы никакие две отмеченные клетки не имели общей стороны. У Рустема есть детекторы. Если детектор помещен в клетку, чернила на ней делаются видимыми. Какое наименьшее число детекторов Рустем может поместить в клетки так, чтобы, какие бы клетки посл этого Олег ни отметил, можно было определить все отмеченные клетки?
- (4) На полуокружности расположено 50 точек. Любые две точки, между которыми не более 9 других точек, соединены отрезком. *Степенью точки* назовём количество отрезков, выходящих из неё. Панда и Вомбат играют в игру. Ходят по очереди, начинает Панда. Панда своим ходом может стереть один отрезок, соединяющий точки, сумма степеней которых чётна. Вомбат может своим ходом стереть один отрезок, соединяющий точки, сумма степеней которых нечётна. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из зверей выиграет при правильной игре?
- (4) В строку выписано 1999 натуральных чисел. Во вторую строку под каждыми двумя соседними числами выписали их наибольший общий делитель. Аналогичным образом получили третью, четвёртую и т. д. строки. Может ли 1000-я строка состоять из 1000 последовательных чисел в некотором порядке?
- (5) Петя выбирает такие неотрицательные числа x_1, x_2, \dots, x_{11} , что их сумма равна 1. Вася расставляет их в ряд по своему усмотрению, считает произведения соседних чисел и выписывает на доску наибольшее из получившихся десяти произведений. Петя хочет, чтобы число на доске оказалось как можно больше, Вася хочет, чтобы оно было как можно меньше. Какое число окажется на доске при наилучшей игре Пети и Васи?