

Неравенство Коши-3. Разное.

Пусть $x_1, x_2, \dots, x_n > 0$. Тогда справедливы неравенства между средними:

$$\frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} \leq \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n} \leq \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \leq \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n}}$$

По умолчанию числа в неравенствах считаются положительными. Докажите неравенства :

1. На почте Васе дали коробку объемом 1. У него была веревка длины 6. Можно ли понять сможет ли Вася завязать свою коробку для надежности так что веревка будет крест накрест обхватывать всю коробку?
2. Вспоминаем (сдавать не надо). а) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$;
б) $a^4 + b^4 + c^4 \geq abc(a + b + c)$.
в) Если a, b, c неотрицательны тогда выполнено неравенство $ab + ac + bc \geq a\sqrt{bc} + b\sqrt{ac} + c\sqrt{ab}$.
3. Докажите, что если $x > 0, y > 0, z > 0$ и $xy + yz + xz > 12$, то $x + y + z > 6$.
4. $(a + b + c + d)^2 \leq 4(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)$
5. $\frac{3}{2}(a^4 + b^4 + c^4) + 24 \geq 4(a^2b + b^2c + c^2a)$
6. Неотрицательные числа x и y удовлетворяют соотношению $xy + x + y = 1$. Докажите неравенство $x^2y^2 + 1 \geq 6xy$.
7. $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 \geq x_1(x_2 + x_3 + x_4 + x_5)$.
8. Для любых x, y, z докажите неравенство $\sin^2 x \cos y + \sin^2 y \cos z + \sin^2 z \cos x \leq \frac{3}{2}$.
9. Решите уравнение $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - ab - bc - cd - d + \frac{2}{5} = 0$.
10. Даны положительные числа a, b, c . Докажите, что $\frac{a}{b^3c} + \frac{b}{c^3a} + \frac{c}{a^3b} \geq \frac{2}{b^2 + c^4} + \frac{2}{c^2 + a^4} + \frac{2}{a^2 + b^4}$

Неравенство Коши-3. Разное.

Пусть $x_1, x_2, \dots, x_n > 0$. Тогда справедливы неравенства между средними:

$$\frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} \leq \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n} \leq \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \leq \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n}}$$

По умолчанию числа в неравенствах считаются положительными. Докажите неравенства :

1. На почте Васе дали коробку объемом 1. У него была веревка длины 6. Можно ли понять сможет ли Вася завязать свою коробку для надежности так что веревка будет крест накрест обхватывать всю коробку?
2. Вспоминаем (сдавать не надо). а) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$;
б) $a^4 + b^4 + c^4 \geq abc(a + b + c)$.
в) Если a, b, c неотрицательны тогда выполнено неравенство $ab + ac + bc \geq a\sqrt{bc} + b\sqrt{ac} + c\sqrt{ab}$.
3. Докажите, что если $x > 0, y > 0, z > 0$ и $xy + yz + xz > 12$, то $x + y + z > 6$.
4. $(a + b + c + d)^2 \leq 4(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)$
5. $\frac{3}{2}(a^4 + b^4 + c^4) + 24 \geq 4(a^2b + b^2c + c^2a)$
6. Неотрицательные числа x и y удовлетворяют соотношению $xy + x + y = 1$. Докажите неравенство $x^2y^2 + 1 \geq 6xy$.
7. $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 \geq x_1(x_2 + x_3 + x_4 + x_5)$.
8. Для любых x, y, z докажите неравенство $\sin^2 x \cos y + \sin^2 y \cos z + \sin^2 z \cos x \leq \frac{3}{2}$.
9. Решите уравнение $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - ab - bc - cd - d + \frac{2}{5} = 0$.
10. Даны положительные числа a, b, c . Докажите, что $\frac{a}{b^3c} + \frac{b}{c^3a} + \frac{c}{a^3b} \geq \frac{2}{b^2 + c^4} + \frac{2}{c^2 + a^4} + \frac{2}{a^2 + b^4}$