

Индукция в графах.

- 0 В графе степень каждой вершины не меньше 1. Доказать, что его можно разбить на 2 части так, чтобы любая вершина была соединена с какой-то из другой части.
1. В стране любые два города соединены дорогой с односторонним движением.
- а) Докажите, что в этой стране есть город, из которого можно добраться в любой другой.
- б) Докажите, что, при любой схеме движения в этой стране можно поменять направление движения не более чем на одной дороге так, чтобы от любого города можно было доехать до любого другого.
2. Докажите, что после окончания однокругового турнира по теннису его участников можно выстроить в ряд так, что каждый выиграл у следующего за ним в этом ряду.
3. а) В дереве n вершин. Докажите, что их можно так раскрасить в два цвета, чтобы у каждого ребра концы были разных цветов.
- б) Рёбра дерева окрашены в два цвета. Если в какую-то вершину приходят рёбра только одного цвета, то их все можно перекрасить в другой цвет. Можно ли все дерево сделать одноцветным?
4. Докажите, что существует граф с $2n$ вершинами степени которых $1, 1, 2, 2, \dots, n, n$.
5. В компании из n человек среди любых четырех есть знакомый с тремя остальными. Докажите, что есть человек, который знает всех.
6. В компании из n человек ($n > 3$) у каждого появилась новость, известная ему одному. За один телефонный разговор двое сообщают друг другу все известные им новости. Докажите, что за $2n - 4$ разговора все они могут узнать все новости.
7. Дан граф, содержащий $2n$ вершин и не менее чем $n^2 + 1$ ребро. Докажите, что в нем есть три вершины, попарно соединенные ребрами.

Домашнее задание

8. В стране любые два города связаны авиалинией одной из двух авиакомпаний. Докажите с помощью индукции, что можно закрыть одну из авиакомпаний так, что по-прежнему от любого города можно будет добраться до любого другого.

Индукция в графах.

- 0 В графе степень каждой вершины не меньше 1. Доказать, что его можно разбить на 2 части так, чтобы любая вершина была соединена с какой-то из другой части.
1. В стране любые два города соединены дорогой с односторонним движением.
- а) Докажите, что в этой стране есть город, из которого можно добраться в любой другой.
- б) Докажите, что, при любой схеме движения в этой стране можно поменять направление движения не более чем на одной дороге так, чтобы от любого города можно было доехать до любого другого.
2. Докажите, что после окончания однокругового турнира по теннису его участников можно выстроить в ряд так, что каждый выиграл у следующего за ним в этом ряду.
3. а) В дереве n вершин. Докажите, что их можно так раскрасить в два цвета, чтобы у каждого ребра концы были разных цветов.
- б) Рёбра дерева окрашены в два цвета. Если в какую-то вершину приходят рёбра только одного цвета, то их все можно перекрасить в другой цвет. Можно ли все дерево сделать одноцветным?
4. Докажите, что существует граф с $2n$ вершинами степени которых $1, 1, 2, 2, \dots, n, n$.
5. В компании из n человек среди любых четырех есть знакомый с тремя остальными. Докажите, что есть человек, который знает всех.
6. В компании из n человек ($n > 3$) у каждого появилась новость, известная ему одному. За один телефонный разговор двое сообщают друг другу все известные им новости. Докажите, что за $2n - 4$ разговора все они могут узнать все новости.
7. Дан граф, содержащий $2n$ вершин и не менее чем $n^2 + 1$ ребро. Докажите, что в нем есть три вершины, попарно соединенные ребрами.

Домашнее задание

8. В стране любые два города связаны авиалинией одной из двух авиакомпаний. Докажите с помощью индукции, что можно закрыть одну из авиакомпаний так, что по-прежнему от любого города можно будет добраться до любого другого.